

AN APPARATUS FOR THE STUDY OF
ULTRASONIC PROPAGATION IN LIQUIDS UNDER PRESSURE

by R. I. TAIT

King's College, Newcastle upon Tyne, England

Summary

A description is given of an apparatus designed for the measurement of velocity and absorption of ultrasonics in liquids. The apparatus has a capacity of two litres and can cover the range 0 to 703 kg/cm² (0 to 10 000 lb/sq. in.). A pulse method is used for both velocity and attenuation and either fixed or variable path-length can be used.

Measurements in water at temperatures 15° C to 80° C are presented and compared with recent measurements by others and with theory.

Sommaire

On décrit un appareil imaginé en vue de la mesure de la vitesse et de l'absorption des ultrasons dans les liquides. Cet appareil a une capacité de deux litres et permet de faire des mesures entre 0 et 703 kg/cm² (0 et 10 000 livres/pouce²). On utilise une méthode d'impulsions pour déterminer la vitesse et l'affaiblissement; la longueur de trajet peut être fixe ou variable.

On donne les résultats de mesures faites dans l'eau, aux températures 15° à 80° C, et on les compare avec des résultats récents d'autres auteurs ainsi qu'avec la théorie.

Zusammenfassung

Es wird eine zur Messung der Geschwindigkeit und Absorption von Ultraschall in Flüssigkeiten entwickelte Apparatur beschrieben, die 2 Liter Flüssigkeit aufnehmen kann und in einem Druckbereich von 0 bis 775 kp/cm² (0 bis 10 000 lb/sq. in.) verwendbar ist. Bei festgehaltener oder veränderlicher Länge des Meßweges können sowohl die Schallgeschwindigkeit als auch die Dämpfung mit Hilfe einer Impulsmethode gemessen werden.

Meßergebnisse für Wasser im Temperaturbereich von 15° bis 80° C werden angegeben und mit der Theorie und mit den in letzter Zeit durchgeführten Messungen anderer Autoren verglichen.

1. Introduction

Although a great deal of research on the propagation of sound in fluids has been carried out in the past two decades, comparatively little attention has been paid to the study of sound velocity and more particularly of sound absorption at high pressures. Apart from the early work of SWANSON [1] and BIQUARD [2], the most noteworthy contributions in this field are those of HOLTON [3] and of SMITH and LAWSON [4], who investigated the pressure dependence of velocity of sound in water up to pressures as high as 9000 kg/cm². More recently LITOVITZ and CARNEVALE [5] reported both velocity and absorption measurements in water to a pressure of 2000 kg/cm².

The purpose of the present work is to study the effect of pressure on velocity and absorption in other liquids besides water. Although the pressure range used is appreciably smaller than that used by some of the investigators mentioned above, it is sufficient to establish velocity and attenuation isothermals from which valuable information may be deduced.

Measurements have been made in water, glycerine, benzene, carbon tetrachloride, pentane, ether, carbon dioxide (liquid phase) and mono-fluor trichlor-methane (freon 11). The results for water alone are presented in this paper; measurements on the other liquids are described elsewhere [6].

In some respects the velocity data of SMITH and LAWSON differ from those of HOLTON, the principal discrepancy involving the behaviour of the maximum in the velocity of sound as a function of temperature as the pressure is increased. In the present work particular stress was laid on accuracy of measurement and as the results obtained in general favour SMITH and LAWSON's data it is considered of value to report them here. No other work on the effect of pressure on absorption in water appears to have been reported in the literature, apart from the paper by LITOVITZ and CARNEVALE whose measurements were made at temperatures of 0° and 30° C. The data given here is for 16° and 23° C.

Both variable and fixed path acoustic interferometers were built and used with a pulse system for the measurement of velocity and absorption. Velo-

city measurements were made using a pulse interference technique, a method whereby the received echo is mixed with continuous R.F. in such a way that the amplitude of the displayed echo depends on the relative phase of the two signals. In this manner the velocity can be measured to the same degree of accuracy as can be achieved using continuous waves in a conventional PIERCE interferometer. As is shown below, the method can be used with a fixed path acoustic system and is in general superior to the usual method used by workers at high pressure, i. e. that of measuring directly the pulse transit time through a known path length.

2. Apparatus

2.1. Pressure system

A schematic diagram of the pressure system is shown in Fig. 1. The apparatus was designed for a normal maximum working pressure of 10 000 lb/sq. in., obtained with a hand operated screw intensifier.

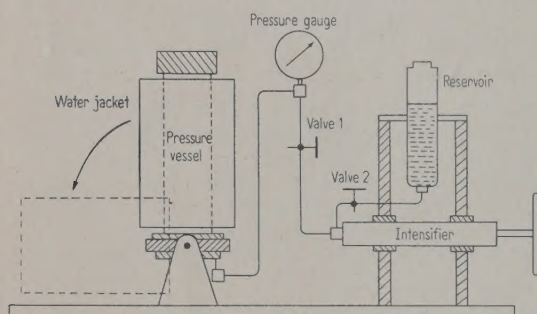


Fig. 1. Schematic lay-out of apparatus.

Early measurements were made with a moving path interferometer which is an integral part of the main pressure chamber shown in Fig. 2. The screw car-

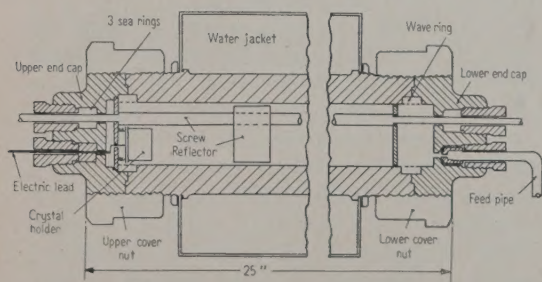


Fig. 2. Main pressure chamber and variable-path interferometer.

rying the reflector passes right through the pressure cylinder, being sealed at either end with S.E.A. ring-fittings. A graduated head and revolution counter is attached to the upper end of the screw shaft and a

power drive is applied at the other end to control the reflector movement. The crystal holder is mounted on three spring-loaded screws which enable the necessary parallelism adjustments of crystal and reflector to be made. The cylinder end caps are secured at either end with large nuts and pressure obturation is achieved using dural wave rings. Provision is made in the upper end cap for the admission of an electric lead seal to enable R.F. to be fed to the crystal. For frequencies up to 6 Mc/s Barium Titanate disc transducers were used. Owing to the low impedance of these crystals it is possible to obtain satisfactory results without any isolation of the live crystal lead from the liquid under investigation. Higher frequencies (above 6 Mc/s) demanded the use of high impedance transducers such as quartz, and for these crystals the insulation required is achieved by using an oil-filled crystal holder which was fitted with a diaphragm to allow pressure equalization.

Although the measurements on water described here were made using the moving-path acoustic system, for most purposes a more convenient fixed-path interferometer was employed. This device consists simply of a mounted crystal and reflector separated an accurately known distance by fixed spacers, the whole being mounted in a tube sealed at one end with a sylphon bellows. The tube fits inside the pressure cylinder in place of the moving interferometer screw, and the cap holes are closed by screwed plugs.

Comparative tests of the two types of interferometer showed that comparable accuracy in the measurement of velocity can be achieved and in many respects the fixed-path instrument is to be preferred for the work in hand. The unit is easy to handle and may be quickly removed from the pressure cylinder for cleaning and refilling. The time taken in measurement is considerably reduced; moreover many more points on a velocity isotherm may be obtained than would in practice be possible with the variable-path instrument. It also has the great advantage of appreciably reducing the volume of liquid required for measurement, while at the same time isolating the liquid from that used only for production of pressure.

The use of a fixed-path interferometer for absorption measurements presents some difficulty. A technique sometimes used consists simply in observing the change in the amplitude of the echoes as the pressure is varied. This method is however prone to large experimental errors. The arrangement finally adopted was to mount in the beam path an auxiliary reflector somewhat smaller than the main reflector. A proportion of the beam is thus intercepted to pro-

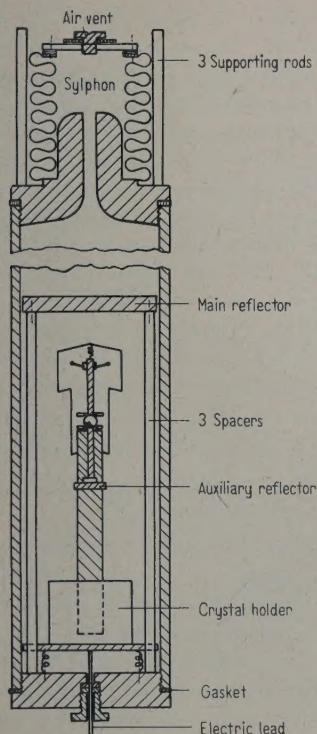


Fig. 3. Fixed-path interferometer.

2.2. Electrical apparatus

The circuit used for velocity measurements is shown in Fig. 4. The conduction of a gating valve V_2 is controlled by an asymmetrical multivibrator V_3 which allows short bursts of R.F. from the Hartley Oscillator V_1 to pass to the crystal. The received echo is amplified by V_4 and before detection is mixed with a pre-determined amount of R.F. from V_1 . The echo amplitude then displayed on the oscilloscope thus depends on the relative phase of the echo compared with the continuous R.F. When the circuit is used in conjunction with a moving path interferometer, the echo pulse will pass through a maximum and minimum for each half wavelength traversed by the reflector. The wavelength and hence the velocity can thus be determined. By counting a large number of echo maxima and monitoring the frequency by a crystal check wavemeter it is possible to measure the velocity to better than 0.1%. The process is repeated at different pressures and temperatures to give the required results.

When used with the fixed-path interferometer the pressure is slowly varied and the number of pulse maxima plotted against pressure. Suppose n such maxima are counted in increasing the pressure from atmospheric, p_0 , to a value p . Then the velocity v_0 may be shown to be related to the atmospheric

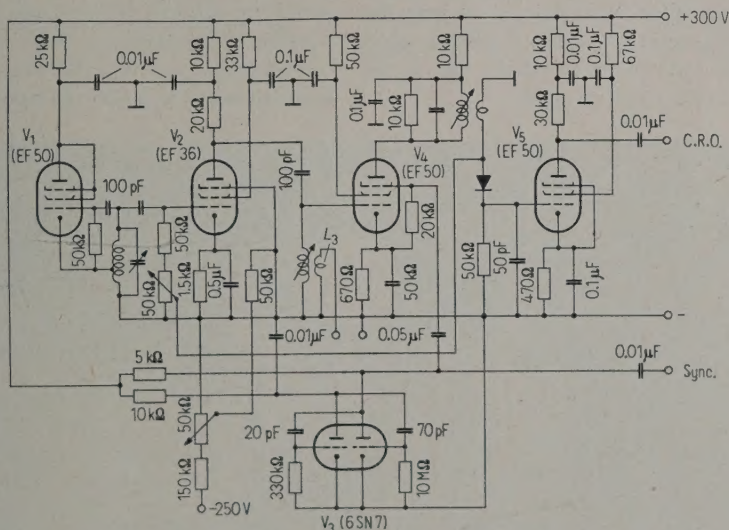


Fig. 4. Circuit for velocity measurement.

vide a reference echo and measurements are made by comparing echo levels and noting the manner in which the difference in echo amplitudes changes with pressure. Fig. 3 shows the fixed path interferometer with the subsidiary reflector mounted on the crystal holder, an arrangement which permits both reflectors to be accurately aligned parallel to the transducer.

pressure velocity v_0 by the relation

$$\frac{v_0}{v_p} = 1 \pm \frac{n v_0}{2 f d} \quad (1)$$

where d is the distance between crystal and reflector and f the frequency. The sign of n is dependent upon whether the velocity is increasing or decreasing: for

all liquids n is negative, i. e. the velocity increases with pressure.

It is possible to measure v_0 with a fixed-path acoustic system by tuning the crystal through its resonant frequency from, say, f_1 to f_2 and observing the number of pulse maxima, m . v_0 is then given by the expression

$$v_0 = \frac{2d}{m} |f_1 - f_2|. \quad (2)$$

However only a small range of frequency can be covered within the resonant peak of the crystal and in general the experimental accuracy is inferior to that which may be obtained by more conventional methods. In this work a moving path interferometer was usually employed to establish v_0 when necessary.

Electrical apparatus used for absorption measurements comprised a pulse generator and amplifier, calibrated attenuator, high gain receiver and an oscilloscope display unit, all of which have now become standard items of equipment for this type of investigation. In order to obtain greater accuracy in the monitoring of the received pulse amplitude a method of pulse suppression was devised whereby the top section only of the echo pulse envelope was displayed on the oscilloscope. This expedient enabled small changes in echo amplitude (and hence attenuation) of the order of 0.1 dB to be readily discerned, and it was of particular value when used with the fixed path interferometer where the amplitude changes of the main and reference echoes due to an applied pressure were relatively small.

For the control of temperature in the apparatus a "closed circuit" system is used whereby water is circulated from a small auxiliary heating tank to the cylinder water jacket (see Figs. 2 and 5). The heating tank contains a double immersion heater and thermostat by which the temperature may be set to any value from 16° to 95° C. Two thermometers were employed to measure the water temperature; one in the heater tank and the other in a sealed pocket built into the water jacket. In addition a thermocouple was mounted inside the upper part of the pressure cylinder in close proximity to the crystal holder. With the pump in operation the thermostat gave a control of temperature inside the heating tank to within $\pm \frac{1}{2}^\circ$ C over long periods, and owing to the great thermal capacity of the pressure cylinder this variation was reduced to less than $\pm \frac{1}{2}^\circ$ C in the cylinder itself.

Fig. 5 shows the complete equipment as used for velocity and absorption measurements. The pressure apparatus was solidly mounted on wooden plinths resting on a concrete floor with the electronic equipment arranged conveniently behind. Provision was made for the pressure cylinder to be used in either a horizontal or vertical position: it is shown in the vertical with the variable-path interferometer in place. The drive motor and gearbox may be seen under the cylinder. Coarse and fine speed controls together with a reversing switch are mounted on the control panel seen at the left of the figure. The heating tank is to the left of the oscilloscope.

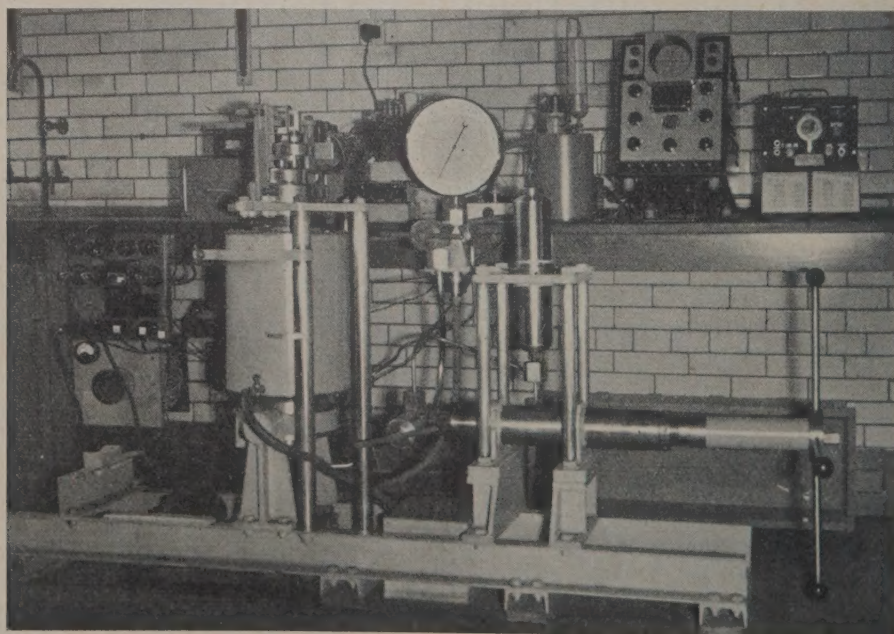


Fig. 5. Photograph of complete apparatus.

3. Results

3.1. Velocity

The measurements of ultrasonic velocity in air-free distilled water are plotted as isothermals on Fig. 6. A frequency of 3 Mc/s was used. Isobaric curves are given in Fig. 7: it will be seen that the shape of the isobars in the neighbourhood of the velocity maximum depends critically on the slope of

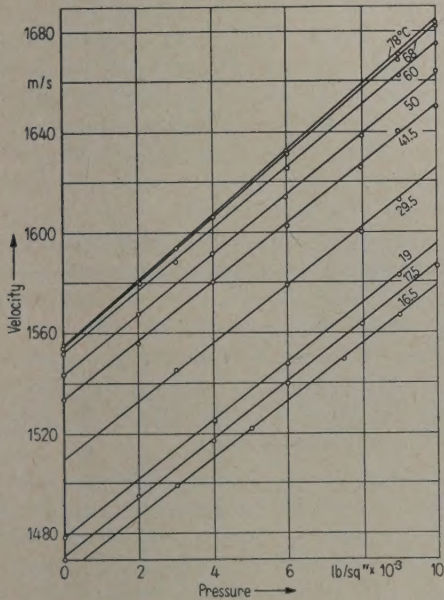


Fig. 6. Velocity isothermals; water, frequency 3 Mc/s.

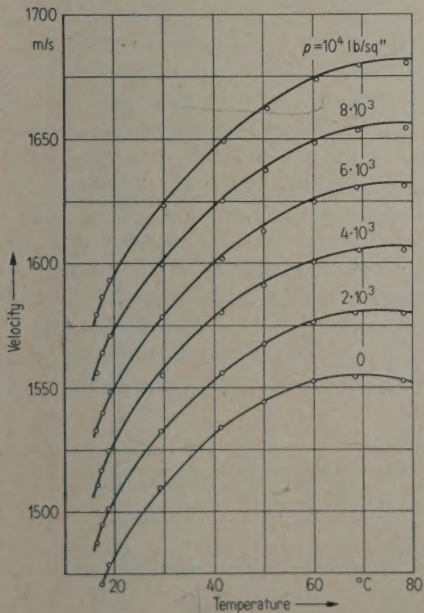


Fig. 7. Velocity isobars; water, frequency 3 Mc/s.

the isotherms, particularly those at the three highest temperatures. The experimental error involved in the temperature range was estimated at 1 m/s and 1.5 m/s at zero and maximum applied pressure respectively. The curves of Fig. 6 are linear to within these limits and their slopes show a slight increase with temperature; an effect more pronounced at the higher temperature resulting in the two curves at 68.5° and 78° C overlapping. The extent of overlap lies barely outside the experimental error but repeated measurements did justify the results given. The direct inference from this is immediately shown in Fig. 7 where the temperature of maximum velocity is displaced with pressure to a higher temperature and in fact at 78° C a maximum is not reached above about 3000 lb/sq in.

3.2. Absorption

Measurements of absorption coefficient (α) were carried out in distilled air-free water using the variable path interferometer at a frequency of 12 Mc/s. The results obtained at two temperatures 16° and 23° C are given in Fig. 8 in the usual form of α/f^2 vs. pressure. The value of α/f^2 obtained for atmospheric pressure are in reasonable agreement with published results for absorption in water. The experimental error was estimated at 3% for the lower temperature and 5% for the higher and within these limits α/f^2 exhibits a linear decrease with pressure, the 23° C curve having a somewhat lower slope.

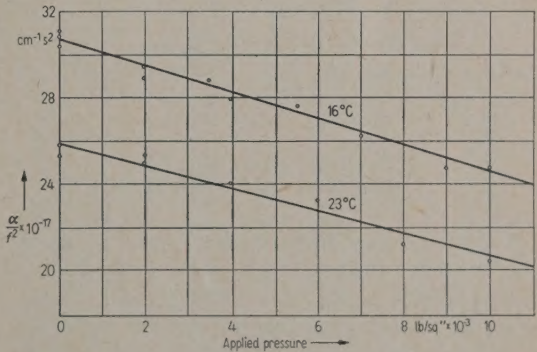


Fig. 8. Absorption in water at two temperatures, frequency 12 Mc/s.

4. Discussion of results

4.1. Velocity

The velocity isobar for atmospheric pressure is in good agreement with published results, as indeed it should be in view of the accuracy expected. A convenient form of presentation of the pressure results is to plot the isothermal curves in the form of v/v_0 against pressure. This is done in Fig. 9 where

all the isotherms of Fig. 6 lie within the shaded area. Curves representing Biquard's, Holton's and Smith and Lawson's results are also given. It is apparent that the relatively large change in slope with temperature observed by Biquard is not confirmed by the more recent results. From the present work it appears that around 30°C the slope of the v/v_0 curve shows a minimum and this conclusion is also supported by Smith and Lawson's observations. This phenomenon is probably related to the minimum observed in the isothermal compressibility in the same temperature region.

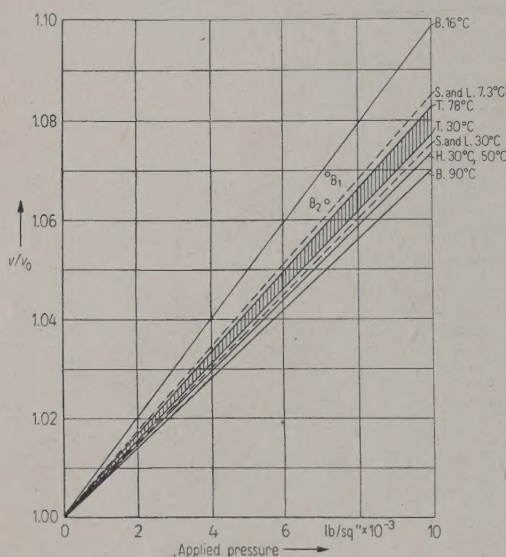


Fig. 9. v/v_0 in water vs. pressure.

B.: Biquard,
S. and L.: Smith and Lawson,
H.: Holton,
T.: Tait,
B₁: Bridgman, theor. (500 kg/cm²),
B₂: Bridgman, theor. (1000 kg/cm²).

The discrepancy between the results given in Fig. 9 of the various investigators amounts to a maximum of 4 or 5 m/s at 10 000 lb/sq., a value in excess of that accounted for by the stated experimental errors. The method of measurement used for the data presented in this work yielded absolute velocity values: this was not the case with the

other measurements where the measured values are relative to a reference velocity (1510 m/s at 30°C and 1 atm). However the main source of the discrepancy probably lies in the measurement of pressure. The lack of a uniform pressure standard is one of the most unsatisfactory aspects of precision high pressure work and many conflicting results in the high pressure field may be directly attributed to this cause. The gauge used for the present investigation was a 12" sub-standard Budenberg Bourdon type (full scale reading 13 000 lb/sq.), which was calibrated at the National Physical Laboratory. Both Holton and Smith and Lawson used manganin resistance gauges which were designed to cover a much greater pressure range. It is therefore felt that the data obtained in this work are, within the range of pressure covered, more reliable.

Perhaps the greatest value of sound velocity measurements lies in the fact that they provide a means of directly determining the adiabatic compressibility β_A of a fluid. Then, provided the isothermal compressibility is known, it is possible to calculate the ratio of specific heats γ , a constant which otherwise can only be derived indirectly with far less certainty from thermodynamic formulae.

Table I gives the γ values calculated from the various data available for pressures up to 1000 atm. Bridgman's figures derived from purely thermodynamical considerations are given for comparison. It is also of interest to calculate the expected change with pressure in v/v_0 from Bridgman's data alone; values so obtained are shown in Fig. 9. B₂ represents the calculated value for a pressure of 500 kg/cm². Better agreement is obtained at 1000 kg/cm² and B₁ represents the value extrapolated from this pressure to 500 kg/cm², (assuming a linear law governing v/v_0 vs. pressure over the range in question). In view of the errors involved in calculating v/v_0 from thermodynamic data, the agreement between the experimental and theoretical values is quite satisfactory. It will be seen from Table I that although the figures for γ obtained from the velocity measurements are undoubtedly to be preferred to the thermodynamic values, the discrepancy between the results of the different investigators indicates that a greater degree of experimental accuracy, particularly with

Table I: Values of γ ; Water.

Pressure kg/cm ²	Present results		HOLTON		SMITH and LAWSON		BRIDGMAN (theory)	
	Temperature		Temperature		Temperature		Temperature	
	30° C	50° C	30° C	50° C	30° C	50° C	30° C	50° C
0	1.020	1.040	1.019	1.039	1.020	1.039	1.01	1.04
500	0.997	1.020	0.993	1.015	0.999	1.016	1.02	1.05
1000	1.008	1.034	1.002	1.026	1.013	1.027	1.03	1.05

respect to pressure measurement, is required before the existing thermodynamic data can be amended with impunity.

To return to the isobaric curves of Fig. 7, it appears that the temperature maximum is displaced by pressure toward higher temperatures. This result confirms the findings of SMITH and LAWSON and as far as the pressure is taken in this work the results are in excellent agreement with these authors'. HOLTON, in following the isotherms at 30° and 50° C, found the curves to converge and cross at about 5300 kg/cm² from which he concluded the direction of displacement of the velocity maximum was towards a lower temperature. This result has not been confirmed by either the present work or that of SMITH and LAWSON and must therefore be taken to be in error. The reason for the discrepancy is discussed at length by SMITH and LAWSON, who conclude that it is due to inaccuracies in the measurement of pressure.

4.2. Absorption

The results of LITOVITZ and CARNEVALE for temperatures of 0° and 30° C are given in Table II, together with those obtained here at 16° and 23° C. The two sets of results fall nicely together giving a more general picture of the behaviour of α/f^2 with pressure. A decrease of slope with temperature is apparent in the curves α/f^2 vs. pressure, the effect

being more marked at the lower temperatures, but the relative change in α/f^2 appears to be roughly constant.

In discussing the results, the logical approach is firstly to calculate the expected change of attenuation on "classical" grounds. Considering shear viscosity alone, α/f^2 is given by the Stokes equation

$$\frac{\alpha}{f^2} = \frac{8 \pi \eta_s}{3 \rho v^3} = \frac{8 \pi^2 \eta_s V_s}{3 v^3}, \tag{3}$$

where η_s is the coefficient of shear viscosity, V_s the specific volume and v the sound velocity. The pressure coefficient of v has already been measured and the effect of pressure on η_s and V_s is known from the work of BRIDGMAN and others.

If however it is assumed that the observed excess absorption above the classical value is due to a bulk or compressional viscosity η_b , then the appropriate expression is

$$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_{\text{obs.}} = \frac{2 \pi^2}{\rho v^3} \left(\eta_b + \frac{4}{3} \eta_s\right), \tag{4}$$

from which

$$\eta_b = \left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_{\text{obs.}} \frac{\rho v^3}{2 \pi^2} - \frac{4}{3} \eta_s \tag{5}$$

or

$$\eta_b = \frac{4}{3} \eta_s \left(\frac{\alpha_{\text{obs.}}}{\alpha_{\text{class.}}} - 1\right). \tag{6}$$

Values for $(\alpha/f^2)_{\text{class.}}$ and $(\alpha/f^2)_{\text{obs.}}$, $v_{\text{obs.}}/\alpha_{\text{class.}}$ and

Table II

<i>T</i> (°C)	<i>p</i> (lb./in. ² · 10 ⁻³)	$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_{\text{class.}} \cdot 10^{-17}$	$\left(\frac{\alpha}{f^2}\right)_{\text{obs.}} \cdot 10^{-17}$	$\frac{\alpha_{\text{obs.}} - \alpha_{\text{class.}}}{f^2 \cdot 10^{17}}$	$\frac{\alpha_{\text{obs.}}}{\alpha_{\text{class.}}}$	η_s c. p.	η_b c. p.
0	0	17.1	57.4	40.3	3.36	1.792	5.64
0	2	15.7	54.5	38.8	3.47	1.752	5.76
0	4	14.5	51.6	37.1	3.56	1.716	5.85
0	6	13.5	48.7	35.2	3.62	1.691	5.91
0	8	12.7	45.9	33.2	3.62	1.674	5.85
0	10	11.9	43.3	31.4	3.64	1.664	5.86
0	12	11.3	40.8	29.5	3.62	1.658	5.78
16	0	9.3	30.8	21.5	3.31	1.11	3.42
16	2	8.8	29.6	20.8	3.36	1.104	3.47
16	4	8.3	28.4	20.1	3.42	1.098	3.54
16	6	7.9	27.1	19.2	3.44	1.091	3.55
16	8	7.4	25.9	18.5	3.50	1.084	3.61
16	10	6.94	24.6	17.66	3.54	1.077	3.64
16	12	6.55	23.4	16.85	3.57	1.070	3.67
23	0	8.32	26.0	17.68	3.13	0.938	2.66
23	2	7.93	24.9	16.97	3.14	0.938	2.68
23	4	7.52	23.8	16.28	3.16	0.938	2.70
23	6	7.18	22.8	15.62	3.17	0.938	2.71
23	8	6.77	21.6	14.83	3.18	0.938	2.72
23	10	6.44	20.6	14.16	3.19	0.938	2.73
23	12	6.12	19.5	13.38	3.19	0.938	2.73
30	0	6.15	18.5	12.35	3.01	0.800	2.15
30	2	5.9	17.6	11.7	2.98	0.806	2.14
30	4	5.6	16.7	11.1	2.98	0.812	2.13
30	6	5.4	15.8	10.4	2.93	0.817	2.10
30	8	5.15	15.0	9.85	2.91	0.823	2.10
30	10	4.9	14.2	9.3	2.90	0.829	2.10
30	12	4.7	13.4	8.7	2.85	0.835	2.06

η_b are given in Table II. It will be observed at all temperatures that both the compression and shear contributions to the losses decrease with pressure.

The application of the Stokes equation to different liquids shows that $(\alpha/f^2)_{\text{class.}}$ usually exhibits a minimum at some particular pressure. This phenomenon can in general be expected for all liquids as at a sufficiently high pressure the change in viscosity predominates over the changes in sound velocity (compressibility) and density. One might therefore expect the observed absorption to show a minimum value. The minimum will naturally occur at different pressures for different liquids: in some, (water for example) the freezing point is reached before the minimum is attained.

Within the pressure range of interest here the shear viscosity of water behaves abnormally in that at the two lower temperatures η_s exhibits a minimum as the pressure is raised. BRIDGMAN gives a satisfactory interpretation of this phenomenon in terms of an association effect. As can be seen from the table the compressional viscosity derived from the sound absorption data also exhibits anomalies, but whereas at 0° C a minimum is observed in η_s , η_b appears to show a maximum. At 16° C no maximum was observed within the pressure range available but there is some evidence of one being reached at higher pressure. The shear viscosity at 30° C rises with pressure: LITOVITZ and CARNEVALE report a slight minimum in η_b at this temperature.

Although it is undoubtedly connected with the association effect in water, the rather striking anti-thetic behaviour of the shear and bulk viscosities cannot be satisfactorily explained since the concept of compressional viscosity is a hypothetical one, and the mechanism giving rise to it is not fully understood. The most successful theory is that due to HALL [7] who considers the excess absorption in water as being due to a structural relaxation mechanism. HALL assumes that the water molecule can exist in two states: in state 1 the volume occupied by a molecule is larger and the energy is lower than in state 2. Compression will therefore cause an increase in the relative number of state 2 molecules. Based on the above argument HALL derives an expression for the excess absorption and by making some assumptions, theory and experiment are shown to be in agreement. The effect of pressure on HALL's equations is discussed in detail by LITOVITZ and CARNEVALE who conclude that the theory requires modification before the observed pressure results can be explained. It becomes necessary to consider the open packing as being the higher free energy state. Reasonable agreement between experiment and theory is then obtained for both sets of pressure results.

However it must be allowed that some assumptions are made in LITOVITZ' treatment of the pressure effect, as well as in the basic theory of HALL, which are not altogether justifiable. The modification to HALL's theory introduced by LITOVITZ is incompatible with most modern theories of the structure of water which require the closer packed molecule to be in the higher energy state. Recent investigations using X-ray diffraction indicate that the two-state model is over-simplified and that the molecular arrangements in water are more complicated and that the molecular arrangements in water are more complicated. It is not surprising therefore that theories based on the two-state model do not give a complete interpretation of the physical properties of water.

5. Conclusion

An appreciable amount of data on the effect of pressure on the velocity of sound in pure water is now available through the work of several investigators. This information is potentially of value in the field of thermodynamics but from an examination of the results obtained it is evident that with the present techniques, the accuracy which may be obtained is limited by the pressure measurement. This aspect of the work is considered worthy of further development.

Absorption measurements have not hitherto been extensively undertaken for liquids under pressure. Great accuracy in pressure measurement is not essential for this work as the limit is set by the ultrasonic technique employed. The results which may be obtained from such an investigation yield information on the effect of pressure on compressional losses in liquids and are valuable in that they provide a new line of approach for the study of anomalous absorption.

Acknowledgements

The author wishes to thank Prof. W. E. CURTIS for placing laboratory facilities at his disposal, Prof. E. G. RICHARDSON for his advice and interest in the work and the New Zealand Defence Research Organisation for financial support.

(Received June 12th, 1956.)

References

- [1] SWANSON, J. C., *J. Chem. Phys.* **2** [1934], 689.
- [2] BIQUARD, P., *Rev. d'Acoust.* **8** [1939], 130.
- [3] HOLTON, G., *J. appl. Phys.* **22** [1951], 1407.
- [4] SMITH, A. H. and LAWSON, A. W., *J. Chem. Phys.* **22** [1954], 351.
- [5] LITOVITZ, T. A. and CARNEVALE, E. H., *J. appl. Phys.* **26** [1955], 816.
- [6] RICHARDSON, E. G. and TAIT, R. I., *Phil. Mag.* **2** [1957], 441.
- [7] HALL, L., *Phys. Rev.* **73** [1948], 775.

SCHALLDRUCKVERLAUF UND SPEKTRUM BEI DER SCHWINGUNGSKAVITATION

von L. BOHN

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Zusammenfassung

Die Spitze eines magnetostruktiven Sondenmikrophons großer Bandbreite (10 bis 1000 kHz) wird in den Brennpunkt einer Schallstrahleranordnung von der Frequenz 15 kHz eingeführt. Es werden der Druckverlauf und das Spektrum der an dieser Spitze einsetzenden Kavitationsvorgänge gemessen.

Bei schwacher Kavitation bilden sich Luftblasen, die durch die Kavitationsstöße in ihren Eigenresonanzen angeregt werden. Sie stabilisieren sich bei bestimmten Radien, die vom Luftgehalt des Wassers abhängen und bei untersättigtem Wasser unterhalb der Resonanzgröße für die Anregungsfrequenz liegen. Bei stärkerer Anregung zerplatzen sie.

Bei starker Kavitation bilden sich scharfe Druckimpulse aus, die das Spektrum weitgehend bestimmen.

Weiter werden Angaben über die Phasenlage der Impulse in bezug auf die Anregung, über Impulsform und -dauer und über zeitlich statistische Schwankungen um die periodische Lage gemacht.

Summary

The pressures and sound spectra for cavitation set up in the focus of a transducer array of 15 kc/s are measured with a magneto-strictive probe.

In weak cavitation, bubbles are formed and set in oscillation at their natural frequencies. They stabilise themselves with a definite radius (depending on air content), which can lie below that for resonance with the source, and burst under strong excitation. In hard cavitation strong pressure pulses are set up, which mainly influence the noise spectrum.

Other matters considered are relationship between pulse and excitation; pulse form and duration; statistical fluctuations from the mean position.

Sommaire

On a introduit, au foyer d'un dispositif émetteur acoustique de fréquence 15 kHz, la pointe d'un microphone sonde à magnétostriction, et on a relevé la variation de la pression et le spectre des phénomènes de cavitation ayant lieu à cette pointe.

Dans le cas d'une faible cavitation, il se forme des bulles d'air excitées à leurs résonances propres par les chocs de cavitation. Leurs rayons se stabilisent à des valeurs déterminées qui dépendent de la concentration de l'eau en air et, dans le cas d'une eau non saturée, sont inférieures aux valeurs de résonance relatives à la fréquence d'excitation. Quand l'excitation est plus forte, ces bulles crèvent.

Dans le cas d'une forte cavitation, il apparaît des impulsions de pression aiguës qui déterminent l'allure du spectre dans une large mesure.

On donne en outre des informations sur la phase des impulsions par rapport à l'excitation, sur la forme et la durée de ces impulsions, et sur les variations statistiques dans le temps autour de la phase périodique.

Einleitung

In dieser Arbeit wird der Versuch unternommen, mit Hilfe einer akustischen Meßmethode Aufschluß über den Ablauf des einzelnen Kavitationsprozesses bei periodischer Anregung durch ein starkes Schallfeld zu erhalten. Der Grundgedanke der Untersuchungsmethode besteht darin, daß in einem durch eine fokussierende Schallstrahleranordnung erzeugten Schall-„Brennpunkt“ eine Grenzfläche angebracht wird, an der bevorzugt oder sogar ausschließlich Kavitation einsetzt. Diese Grenzfläche wird durch die empfindliche Spitze eines Sondenmikrophons großer Bandbreite gebildet, das den Druckverlauf beim Kavitationsprozeß unmittelbar registriert. Daß

man auf diese Weise nur Kavitation an Grenzflächen beobachten kann, dürfte wohl keine entscheidende Einschränkung darstellen, da nach verschiedenen früheren Untersuchungen angenommen werden kann, daß der charakteristische Ablauf des individuellen Kavitationsvorgangs an einer Grenzfläche sich nicht grundsätzlich von dem im freien Medium unterscheidet.

1. Meßanordnung und Apparatur

1.1. Meßanordnung

In Abb. 1 ist die verwendete Meßanordnung skizziert. In einem mit Glaswänden versehenen Wasser-

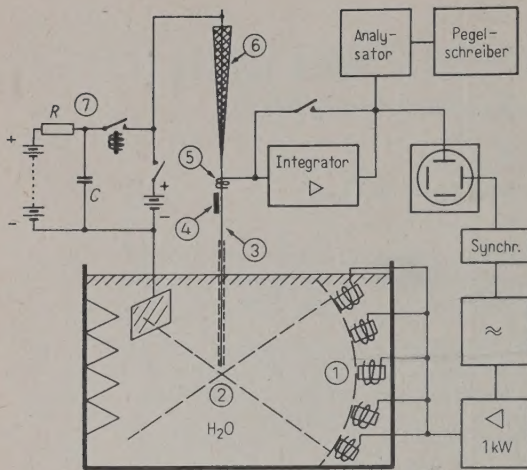


Abb. 1. Schema der Meßanordnung. 1 Fokussierende Anordnung von Magnetostruktionssendern, 2 Mikrophonspitze, 3 Nickeldraht, 4 Permanentmagnet, 5 Abnahmespule, 6 Absorptionsmaterial, 7 Anordnung zur Gaserzeugung durch Elektrolyse.

gefäß von $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$ befindet sich als Schallsender eine fokussierende Anordnung von 21 parallelgeschalteten Magnetostruktionsschwingern (Nickelblechpakete von $45 \text{ mm} \times 45 \text{ mm} \times 105 \text{ mm}$), die auf $14,6 \text{ kHz}$ abgestimmt sind. Die Leistungsaufnahme beträgt auf der elektrischen Seite maximal 1 kW . Ein magnetostriktives Sondenmikrophon (s. Abschnitt 1.2.) wird senkrecht zum Schallstrahl in den Fokus eingeführt. Infolge der induktiven Abnahme der Mikrophonspannung wird primär die zeitliche Druckänderung angezeigt, so daß man erst noch eine Entzerrung durch einen Integrator vorzunehmen hat, um den Druckverlauf direkt zu messen. Die Mikrophonspannung kann entweder einem Analysator (selektiver Pegelmess, Bandbreite 80 Hz , Frequenzbereich $3 \text{ bis } 620 \text{ kHz}$) mit nachfolgendem Pegelschreiber oder den vertikalen Ablenkplatten eines Oszillographen zugeführt werden. Die Anzeige auf dem Oszillographen wird mit periodischer Ablenkung oder bei einmaliger Strahlablenkung beobachtet. Da im allgemeinen der Kavitationsverlauf innerhalb einer Periode der Anregungsfrequenz interessiert, ist im Falle der einmaligen Ablenkung wegen der sehr kurzen Grundperiode von $68 \mu\text{s}$ eine photographische Registrierung notwendig. Dazu wurde eine Kamera mit Vorsatztubus vor dem Oszillographen angebracht. Unter Verwendung einer Nachbeschleunigung am Oszillographen konnte der Druckverlauf über ein bis zwei Perioden der Grundschwingung auf hochempfindlichen Röntgenfilm („Fluorapid“) abgebildet werden. Ein elektronisches Schaltgerät (eine aus der Sinusspannung des

Generators hergestellte Impulsfolge wird durch einen Druckknopf-Kontakt auf einen bistabilen Multivibrator geschaltet, der einen einmaligen Rechteckimpuls regelbarer Dauer erzeugt) dient zur Auslösung der einmaligen Strahlablenkung und zur Hellsteuerung des Strahles während der Ablenkung. Zugleich wird der beobachtete Vorgang dadurch vom Generator in der Phase synchronisiert.

Um das Auftreten von Kavitationsblasen am Mikrophon kontrollieren zu können, wurde eine optische Projektion der Mikrophonspitze in 10- bis 20-facher Vergrößerung senkrecht zur Zeichenebene in Abb. 1 vorgesehen. Zur Beleuchtung dienten entweder eine Bogenlampe oder eine Funkenstrecke.

Das zum Füllen des Meßgefäßes benutzte Wasser konnte bis auf etwa 60% Luftgehalt untersättigt werden, indem es durch eine Düse in einen von einer Ölpumpe evakuierten Glasballon gesaugt wurde. Nach längerem Stehen im Meßgefäß nimmt der Luftgehalt dann langsam wieder zu, bis nach einigen Tagen Sättigung erreicht wird. Es wurde ausschließlich Leitungswasser verwendet. Besondere Vorkehrungen zur Reinigung durch Filtern oder ähnliches wurden nicht getroffen.

1.2. Das Sondenmikrophon

Wegen der beim Kavitationsprozeß zu erwartenden sehr kurzen Impulse beim Zusammenfallen der Hohlräume mußte ein Mikrophon mit möglichst großer Bandbreite benutzt werden. Zu diesem Zweck wurde ein nach dem Magnetostruktionsprinzip arbeitendes Sondenmikrophon, das schon vor einigen Jahren in einer einfacheren Form ausprobiert worden war [1], weiterentwickelt und geeicht. Es besteht aus einem $2,50 \text{ m}$ langen Nickeldraht (Thermodraht DIN 43 712) von $1,0$ bzw. $0,5 \text{ mm}$ Durchmesser. Ein Ende befindet sich in der Flüssigkeit und ist durch einen Kunststoffschlauch so abgeschirmt, daß nur die Endfläche dem Schall ausgesetzt wird. Die Schallisolation wird durch ein zwischen Abschirmung und Draht befindliches Luftpolster erreicht, das durch einen spiralförmig hineingewickelten Wollfaden eine gleichmäßige Dicke erhält. Am unteren Ende wird der Abschrimschlauch durch Lack oder Kitt luftdicht mit dem Nickeldraht verbunden. Die durch den Schalldruck im Wasser im Nickeldraht erregten Longitudinalwellen sind infolge der Magnetostruktion mit der Magnetisierung gekoppelt, so daß man an einer kleinen um den Draht gelegten Induktionsspule eine induzierte Spannung erhält, die proportional der zeitlichen Änderung der Magnetisierung ist. Da die Magnetisierung in Phase mit der Deformation im Draht und diese wiederum in Phase mit dem an der Endfläche wirkenden Druck ist, wird die Mikrophonspannung proportional der zeitlichen Änderung des Druckes im Schallfeld.

Um eine gleichmäßige Druck-Empfindlichkeit des Mikrophons in einem breiten Frequenzband zu erreichen, sind drei Gesichtspunkte zu beachten:

a) Reflexionen der mechanischen Welle am Drahtende müssen vermieden werden, damit sich keine stehenden Wellen bilden können. Dies wurde durch Anbringen einer in der Dicke keilförmig zunehmenden

Schicht von Absorptionsmaterial („Antidröhnmittel“ oder Wachs-Kollophonium-Mischung) am freien Ende des Nickeldrahtes erreicht. Bei hohen Frequenzen werden die Wellen außerdem durch die Absorption im Draht zunehmend gedämpft. Abb. 2 a zeigt eine Meß-

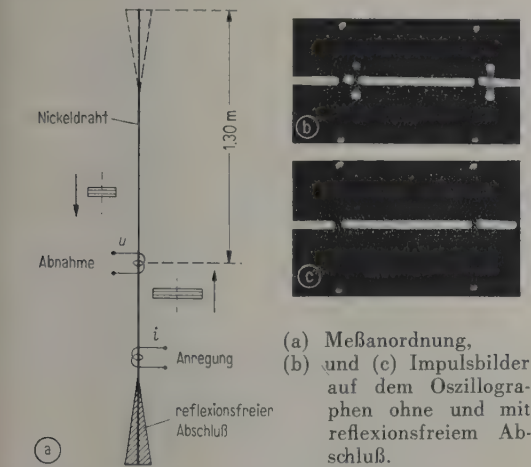


Abb. 2. Messung der Dämpfung von Longitudinalwellen auf dem Nickeldraht und der Reflexion am Ende.

anordnung zur Bestimmung der Absorption im Draht und des Reflexionsfaktors am Ende. Durch eine Erregungsspule werden im Draht Schwingungsimpulse (Impulsdauer 0,2 ms; Folgefrequenz 250 Hz) angelegt, die durch den Draht laufen und am Ende reflektiert werden. Abb. 2 b zeigt die vom Mikrophon registrierten primären und am Ende reflektierten Schwingungsimpulse bei 200 kHz, aus denen unter der Annahme einer vollständigen Reflexion am Drahtende die Dämpfung im Nickeldraht abgeschätzt werden kann (Abb. 3 a). Abb. 2 c zeigt den Fall des durch Absorptionsmaterial reflexionsfrei gemachten Abschlusses. Bei 200 kHz ist hier innerhalb der (nicht sehr hohen) Meßgenauigkeit keine Reflexion mehr wahrnehmbar.

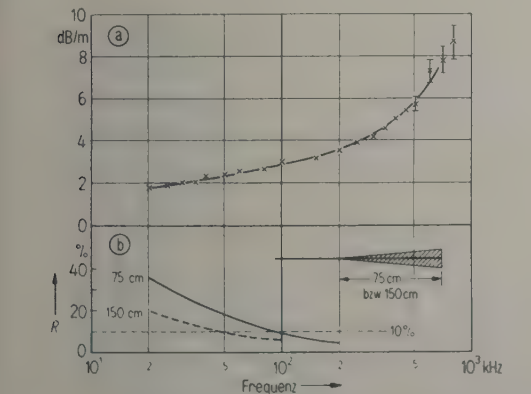


Abb. 3. (a) Dämpfung von Longitudinalwellen auf dem Nickeldraht, (b) Amplitudenreflexionsfaktor R an dem mit Absorptionsmaterial versehenen Drahtende.

Jedoch wurde bei der tiefen Anregungsfrequenz von 14,6 kHz (Wellenlänge auf dem Draht 35 cm!) nur ein Reflexionsfaktor von 20 bis 25% erreicht (Abb. 3 b). Die hierdurch bedingten stehenden Wellen wurden in Kauf genommen, weil das Mikrophon nicht zu unhandlich werden sollte.

b) Wegen des induktiven Effekts der Mikrofonspule steigt die Druckempfindlichkeit mit der Frequenz an. Dies wurde mit der unter a) beschriebenen Meßanordnung bestätigt (Abb. 4 a, Kurve 1). Zur Entzerrung wird ein integrierender Verstärker (kapazitiver Anodenwiderstand) hinter das Mikrophon geschaltet (Abb. 4 a, Kurve 2).

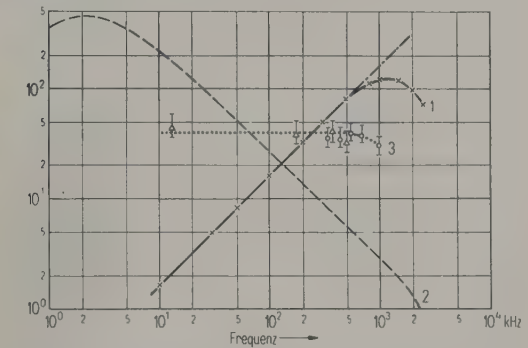


Abb. 4 a. 1: Frequenzkurve bei Übertragung von Schwingungsimpulsen über den Nickeldraht, Anregung durch eine Hilfsspule, Ordinate willkürlich. 2: Frequenzkurve des Breitbandverstärkers mit Integrationsstufe, Ordinate $\mu \cdot 10^{-2}$. 3: Akustische Eichung, Ordinate Volt/atm., Δ Mikrophonvergleich, \circ Schalldruckwaage.

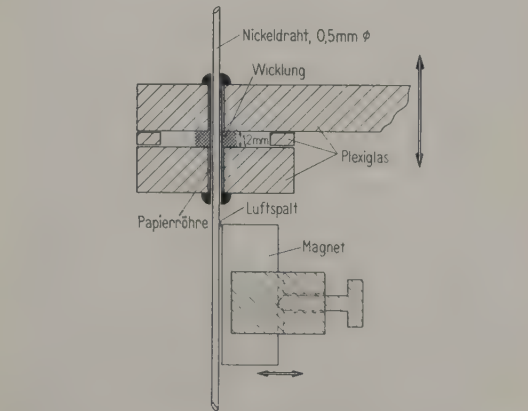


Abb. 4 b. Konstruktion der Induktionsspule des magnetostruktiven Mikrophons.

c) Die Breite der Mikrofonspule muß klein gegen die kleinste zu messende Wellenlänge der mechanischen Welle auf dem Draht sein, um einen Spalteffekt zu vermeiden. Bei 1 MHz beträgt die Wellenlänge nur noch 5 mm. Da die effektive Spulenbreite kleiner als die halbe Wellenlänge bleiben muß, wurde die Spulenwicklung etwa 1,2 mm breit ausgeführt (Abb. 4 b). Der

Spulenträger besteht nur aus einer dünnen Zellophanpapierhülle, damit die Windungen (500 Windungen von $50\ \mu$ Durchmesser) den Draht möglichst eng umschließen, mit seitlichen Stützen aus starkem Plexiglas, von denen eine zur Befestigung der ganzen Spule an einer Aluminiumstange dient, welche zugleich zur Halterung des ganzen Nickeldrahtes benutzt wird. In Abb. 4a, Kurve 1, wird oberhalb 800 kHz der Abfall infolge des Spalteffekts deutlich.

Nachdem durch die vorstehend beschriebenen Maßnahmen eine gleichmäßige Empfindlichkeit des Mikrophons mit einer oberen Grenzfrequenz von nahezu 1 MHz bei magnetischer Anregung sichergestellt war, wurde noch eine grobe akustische Absolut Eichung vorgenommen (Abb. 4a, Kurve 3), und zwar bei den vier Frequenzen 15 kHz, 175 kHz, 365 kHz, 500 kHz durch Vergleich mit einem nach der Reziprozitätsmethode geeichten Turmalinmikrophon und im Bereich von 300 kHz bis 1 MHz durch Vergleich mit einer Schalldruckwaage. Infolge der sehr unterschiedlichen Schallfelder im ersten Fall und der unterschiedlichen Struktur des Schallstrahles bei verschiedenen Frequenzen bei der zweiten Methode zeigen die Messungen starke Streuungen. Da es sehr fraglich erscheint, ob die akustische Eichung im freien Schallfeld für die Anzeige von starken Kavitationsstößen, die sich in kleinen Bereichen unmittelbar an der Endfläche des Mikrophondrahtes selbst abspielen, überhaupt maßgebend ist, wurde diese grobe Eichung als ausreichend betrachtet.

Der Durchmesser des Mikrophondrahtes muß so klein gehalten werden, daß keine Schwingungsform mit Querunterteilung und damit eine Dispersion eintreten kann. Daher wurde zunächst ein Durchmesser von 1 mm gewählt. Außerdem soll ein Sondenmikrophon das Schallfeld möglichst wenig stören. Später ergab sich jedoch bei der Messung der Kavitationsimpulse noch ein weiterer Gesichtspunkt, der die Wahl eines noch dünneren Drahtes ratsam erscheinen ließ. Das Zusammenfallen der beim Kavitationsvorgang gebildeten Hohlräume findet im allgemeinen in sehr eng begrenzten Bereichen von vielleicht nur 10^{-3} oder 10^{-4} cm Durchmesser statt, so daß erst eine Art Transformation auf den viel größeren Drahtquerschnitt und damit eine Verminderung der durch den Impuls erzeugten Deformation eintritt, während das anregende Schallfeld auf den gesamten Querschnitt des Drahtendes wirken kann. Infolgedessen waren die Impulse so schwach, daß man sie auf der Sinuskurve der Anregungsfrequenz kaum wahrnehmen konnte. Als daraufhin ein Draht von 0,5 mm Durchmesser verwendet wurde, traten die Impulse viel stärker heraus. Mit diesem Drahtdurchmesser erfolgten sämtliche im folgenden wiedergegebenen Messungen.

Die beim magnetostriktiven Wandler erforderliche magnetische Polarisation könnte durch das remanente Feld geliefert werden, wie es beim Senderaggregat der Fall ist. Da sich der dünne Nickeldraht jedoch hinsichtlich der Remanenz als sehr inhomogen erwies und man somit beim Verschieben der Induktionsspule längs des Drahtes unterschiedliche Polarisierungen erhält, was eine Eichung praktisch unmöglich machen würde, wurde unmittelbar unter der Induktionsspule parallel zum Draht ein stabförmiger Permanentmagnet (8 mm Durchmesser, 25 mm lang) befestigt (Abb. 4b), der so stark ist, daß in der Spule eine möglichst hohe Spannung induziert wird, daß aber bei den höchsten zu erwartenden Amplituden noch keine Verzerrungen infolge magnetischer Sättigungserscheinungen auftreten kön-

nen. Eine Berührung zwischen Stabmagnet und Nickeldraht wurde vermieden, um keine Reflexionsstelle für die mechanische Welle zu schaffen.

2. Theorie

2.1. Kavitationstheorie

Um die spätere Diskussion der Meßergebnisse zu erleichtern, sollen hier kurz einige Resultate von theoretischen Überlegungen zum Kavitationsprozeß angeführt werden, und zwar hauptsächlich unter Benutzung der Arbeiten von NOLTINGK und NEPPIRAS [2], [3], in denen die Ansätze von Lord RAYLEIGH erweitert und speziell auf den Fall der Schwingungskavitation in gashaltigem Medium angewandt werden. Die Autoren setzen die Differentialgleichung einer gashaltigen Keimblase in einem zeitlich veränderlichen Schallfeld $p = p_0 \sin \omega t$ an und werten diese mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine aus. Als Ergebnis erhält man Beziehungen zwischen Schalldruck und Blasengröße in Form der Abb. 5a.

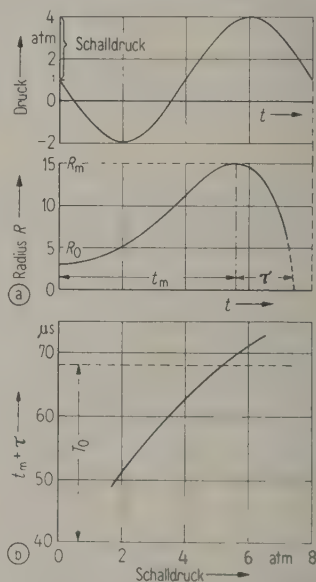


Abb. 5. (a) Zeitliche Änderung des Radius einer Gasblase in einem starken sinusförmigen Schallfeld (nach NOLTINGK und NEPPIRAS), (b) Zeit von der Entstehung bis zum Zusammenfallen einer Kavitationsblase in Abhängigkeit vom Druck im Schallfeld (nach NOLTINGK und NEPPIRAS).

Die Blase wächst vom Anfangsradius R_0 ab während der Unterdruckperiode, wird nach Einsetzen des Überdrucks gebremst, erreicht nach der Zeit t_m ihre maximale Größe R_m und fällt dann in der Zeit τ zusammen, allerdings, abweichend vom klassischen RAYLEIGHschen Ansatz, unter abnehmendem äußeren Druck. Anschließend sind Nachschwingungen der gasgefüllten Keimblase in ihrer Eigenfrequenz zu erwarten.

Von den zahlreichen Ergebnissen der Rechnungen von NOLTINGK und NEPPIRAS seien hier einige angeführt:

Der maximale Blasenradius R_m' ist fast unabhängig von der Größe der Keimblase R_0 . Zum Beispiel ändert sich R_m bei einer Variation von R_0 zwischen $0,8 \mu$ und 80μ , d. h. im Verhältnis 1 : 100, nur um etwa 20%. R_m wird wesentlich durch die Amplitude der anregenden Schallschwingung bestimmt. Da nun die Zeit $t_m + \tau$ vom Anwachsen der Blase vom Radius R_0 ab bis zum Zusammenfallen wesentlich vom erreichten Radius R_m abhängt, wird also die Phase der beim Zusammenfallen entstehenden Druckimpulse in bezug auf die anregende Schallschwingung ebenfalls hauptsächlich von der Schalldruckamplitude bestimmt werden (Abb. 5 b). Selbstverständlich hängt R_m auch von der Dauer der Unterdruckperiode im Schallfeld, d. h. von der Schallfrequenz ab. Diese Abhängigkeit interessiert aber hier nicht, da in der vorliegenden Arbeit nur eine feste Anregungsfrequenz benutzt wurde. Nach Abb. 5 ist zu erwarten, daß die Schallimpulse beim Zusammenfallen der Hohlräume bzw. die dadurch ausgelösten Blaseneigenschwingungen erst auftreten, wenn im Schallfeld das Druckmaximum erreicht oder überschritten ist.

Eine gewisse Einschränkung der Ergebnisse von NOLTINGK und NEPPIRAS bedeutet die Annahme einer ruhenden Keimblase zu Beginn des Kavitationsprozesses. Wahrscheinlich wird die Keimblase noch in Nachschwingungen begriffen sein, wenn im Schallfeld der Unterdruck einsetzt. Dies kann zur Folge haben, daß der Kavitationsablauf in aufeinanderfolgenden Perioden voneinander abweicht oder daß die maximalen Blasengrößen R_m und die Druckimpulse kleiner ausfallen. Trotzdem darf man die Ergebnisse wohl als eine gute Näherung ansehen.

2.2. Zum Kavitationsspektrum

In einer früheren Arbeit wurden schon Kavitationsspektren gemessen [4], die allerdings nur qualitativ zu bewerten sind, da die Frequenzkurve des benutzten Mikrophons nicht genau genug bekannt war. Dabei trat neben einem Linienspektrum aus Harmonischen und auch Subharmonischen der Anregungsfrequenz ein kontinuierliches Spektrum in Erscheinung, das auf statistische Schwankungen der Phase oder Amplitude der Vorgänge hindeutet. Dieser Rauschpegel ist oft als Kriterium für den Einsatz der Kavitation benutzt worden [4], [5], wobei man teilweise nur beim Auftreten eines kontinuierlichen Spektrums von „echter Kavitation“¹ spricht. Dazu wäre zu bemerken, daß nach den Ergebnissen dieser

Arbeit der Kavitationsvorgang in einem stationären Schallfeld quasi-periodisch abläuft, wenn man ihn an einer Stelle lokalisiert erzeugt und mißt. Es wäre im Prinzip vorstellbar, daß unter extrem sauberen Bedingungen die Kavitationsvorgänge so periodisch und in gleicher Stärke auftreten, daß ein Rauschen neben dem Störpegel der Meßapparatur nicht mehr wahrnehmbar wäre, d. h. es wäre Kavitation vorhanden, ohne daß ein kontinuierliches Spektrum gemessen werden kann. Es erscheint daher zweckmäßiger, als Kavitations-Kriterium das Auftreten von Spektrallinien bei im Vergleich zur Anregungsfrequenz sehr hohen Frequenzen zu benutzen, besser noch das Auftreten von Linien *oder* Rauschen, weil die Linienenergie im Falle starker statistischer Schwankungen bei hohen Frequenzen zugunsten des Rauschpegels stark reduziert sein kann (siehe unten). Auf jeden Fall ist bei periodischer Anregung eines nichtlinearen Vorganges das Linienspektrum das Primäre; erst durch statistische Schwankung kann ein Teil der Linienenergie in Rauschenenergie umgewandelt werden.

Bei den in dieser Arbeit berichteten Untersuchungen wurde die Kavitation im allgemeinen auf einen sehr kleinen Bereich an der Spitze des Sondenmikrophons beschränkt. Der in den gemessenen Spektren auftretende Rauschuntergrund kann nur durch geringe statistische Schwankungen der Amplituden und Phasen der Zeitvorgänge um die Mittellage hervorgerufen werden. Ein solcher Fall ist auf nachrichtentechnischem Gebiet von MACFARLANE [6] in einer theoretischen Arbeit behandelt worden, deren Ergebnisse hier kurz zitiert seien: Bei der statistischen Amplitudenschwankung einer periodisch wiederkehrenden Zeitfunktion ergibt sich außer einem Linienspektrum, dessen Envelope das Spektrum des Einzelvorgangs $G(\omega)$ ist, ein Rauschspektrum mit der Energiedichte (Abb. 6 a)

$$E_R(\omega) = \sigma_A^2 \frac{|G(\omega)|^2}{T} \quad (1)$$

(σ_A mittlere quadratische Schwankung der Amplitude, T Periode der Wiederholung des Vorgangs).

Bei statistischer Schwankung der Phase um die periodische Lage erhält man bei Annahme einer Gaußverteilung für die Energieverteilung im Spektrum den Ausdruck

$$E(\omega) = \left[1 - e^{-\sigma_T^2 \omega^2} + e^{-\sigma_T^2 \omega^2} \cdot \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - 2m\pi) \right] \frac{|G(\omega)|^2}{T} \quad (2)$$

worin σ_T die mittlere quadratische Schwankung der Phase um den periodischen Wert nT und $\delta(\omega - 2m\pi/T)$ die Diracsche δ -Funktion bedeutet. Der zweite Summand in der Klammer stellt also ein Linienspektrum dar, während der erste ein kon-

¹ Unter „echter Kavitation“ wird in [4] die durch nur mit Wasserdampf gefüllte Blasen hervorgerufene Kavitation verstanden.

tinuierliches Spektrum ergibt. Dieses Rauschspektrum hat bei $\omega = 0$ den Wert Null und steigt dann bei kleinen ω mit ω^2 , bis es schließlich, sobald das erste Glied in der Klammer Eins ist, proportional zu $G(\omega)^2$ wird. Zugleich nimmt das Linienspektrum mit wachsender Frequenz ab (Abb. 6b), bis bei hohen Frequenzen fast nur noch statistische Energie vorhanden ist.

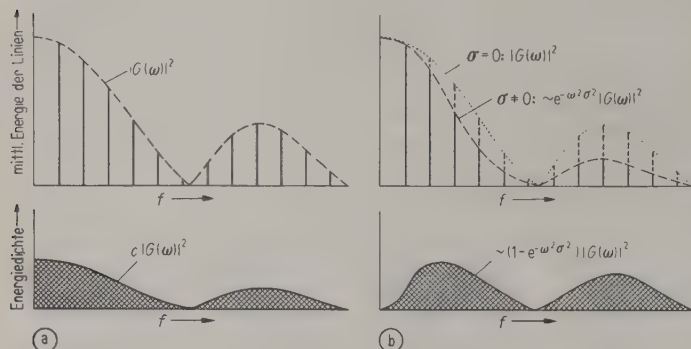


Abb. 6. Verlauf des Energiespektrums eines willkürlich angenommenen Zeitvorgangs
(a) bei zeitlich statistischer Amplitudenschwankung,
(b) bei zeitlich statistischer Schwankung der Phase;
oben Linienspektrum, unten Rauschspektrum.

Bei der Kavitation werden natürlich Amplitude und Phase schwanken, jedoch im allgemeinen nicht unabhängig voneinander, da ja eine besonders große Kavitationsblase zur Entstehung und zum Zusammenfallen eine längere Zeit benötigen wird als eine kleinere und zugleich einen besonders starken Impuls erzeugen wird, so daß mit einer starken Phasenabweichung auch eine starke Amplitudenschwankung gekoppelt sein muß. Um den Einfluß einer solchen Kopplung abschätzen zu können, wurde unter Benutzung der Methode von MACFARLANE das Spektrum für den Fall einer linearen Kopplung in der Form

$$A_n = A + c t_n, \quad \sigma_A = c \sigma_T$$

berechnet (A_n Amplitude des n -ten Impulses und σ_A mittlere quadratische Amplitudenschwankung, A mittlere Amplitude, t_n Abweichung und σ_T mittlere quadratische Schwankung des Impulses von der periodischen Lage aus).

Aus diesem Ansatz ergibt sich die spektrale Verteilung der Energie in der Form (vgl. Gl. (1) und (2))

$$E'(\omega) = \sigma_A^2 \frac{|G(\omega)|^2}{T} + \left[1 - (1 + \sigma_A^2 \sigma_T^2 \omega^2) e^{-\sigma_T^2 \omega^2} + (1 + \sigma_A^2 \sigma_T^2 \omega^2) e^{-\sigma_T^2 \omega^2} \frac{2\pi}{T} \delta(\omega - 2\pi m) \right] \frac{|G(\omega)|^2}{T}.$$

Das bedeutet im wesentlichen eine noch stärkere Beschneidung des Rauschspektrums bei tiefen Frequenzen und eine entsprechend geringere Abnahme der Linienenergie in diesem Bereich sowie eine etwas langsamere Abnahme der Linien nach hohen Frequenzen zu.

Außer der Amplituden- und Phasenschwankung tritt natürlich eine Schwankung in der Impulsdauer ein. Die Berechnung des Spektrums für diesen Fall wird sehr kompliziert und das Ergebnis sehr unübersichtlich, da mit der Impulsbreite der die Form des Spektrums wesentlich bestimmende Parameter verändert wird. Daher soll auf eine Wiedergabe des Resultats der näherungsweise durchgeführten Rech-

nung verzichtet werden, zumal der Einfluß sich gegenüber dem der anderen Schwankungen als gering erwiesen hat. Im wesentlichen ergibt sich ein Rauschspektrum, das an der Stelle der Einbrüche im normalen Impulsspektrum Maxima hat und so die Einbrüche „ausfüllt“, was ja zu erwarten ist.

3. Meßergebnisse

3.1. Zum Kavitationseinsatz

Bei einer Untersättigung des Wassers bis auf etwa 60% des Sättigungs-Luftgehaltes trat in einem Wechselfeld von 3 bis 4 Atmosphären, oft allerdings erst nach einigen Minuten, spontan Kavitation am Mikrophon auf. Dieser Schwellenwert stimmt etwa mit den Angaben von STRASSBERG [7] und BLAKE [8] überein. Zur Erleichterung des Kavitationseinsatzes wurde eine Vorrichtung zur Erzeugung künstlicher gasgefüllter Keimblasen durch Elektrolyse vorgesehen (Abb. 1). Diese gestattet entweder die Einschaltung eines schwachen Gleichstroms (etwa 0,5 mA) von beliebiger Dauer oder die Entladung eines auf einige kV aufgeladenen Kondensators von 2 bis 5 μ F über die Mikrophonspitze zu einer Gegenelektrode. Dabei wird im zweiten Fall eine große Zahl von Gasblasen, deren Größe je nach Dauer und Stärke des Entladungsstromes zwischen wenigen μ und etwa 100 μ liegen kann, an der Endfläche des Mikrophons gebildet und größtenteils etwa 1 mm in das Wasser hineingeschleudert. Man erhält so eine Wolke von Keimblasen, deren Größe dem Augenschein nach relativ homogen ist. Diese Methode wurde jedoch nicht weiter ausgebaut. Eine weitere Möglichkeit zur Erleichterung des Kavitationseinsatzes wurde kurz untersucht: Eine sehr starke Kon-

densatorentladung, die zu Strömen von einigen Ampere im Mikrofondraht führt, wird durch eine Kurzschlußfunkenstrecke nach 10^{-4} s abgebrochen, so daß kein auslaufender Gleichstrom-„Schwanz“ vorhanden ist, auf den die Bildung von Blasen bei der vorher erwähnten normalen Entladung zurückzuführen ist. In der optischen Projektion konnten auch keine Blasen festgestellt werden; diese müßten sonst Durchmesser unter etwa $1\text{ }\mu$ haben. Da der Widerstand der Wasserstrecke im wesentlichen an dem kleinsten Querschnitt der Mikrofonoberfläche konzentriert ist, wird dort beim Stromdurchgang eine Erwärmung zu erwarten sein, womit sich wahrscheinlich der spontane Kavitationseinsatz, der auf diese Weise erzielt wurde, erklären läßt.

3.2. Kavitation bei schwacher Anregung

Unter schwacher Anregung sollen Schalldruckamplituden bis zu etwa 1,5 Atmosphären verstanden werden. Damit lassen sich bei einem Luftgehalt von $\geq 70\%$ des Sättigungsgehaltes Kavitationsvorgänge in Form von „Stoßschwingungen“ gasgefüllter Blasen anregen. Das soll heißen: Eine luftgefüllte Keimblase wird zu nichtlinearen Schwingungen angeregt, wobei sie sich während der Unterdruckphase der Anregungsschwingung nur wenig vergrößert, so daß sich beim anschließenden Zusammenfallen kein starker und scharfer Impuls ausbildet, sondern nur die Eigenschwingung der Keimblase „angestoßen“ wird, die dann als „Stoßoszillation“ gedämpft ausschwingt. Diese schwachen Kavitationsstöße enthalten keine sehr hohen Frequenzen, da sich nur Eigenschwingungen bis etwa zum 6- bis 8-fachen der Anregungsfrequenz beobachten ließen. Kleinere Keimblasen lassen sich nur durch die bei starker Kavitation, d. h. bei höheren Anregungsschalldrücken, erzeugten schärferen Impulse zu Eigenschwingungen anregen (s. Abschnitt 3.3.).

Bei der Analyse dieser Stoßschwingungen ergab sich eine sehr interessante Erscheinung: Die schwingenden Luftblasen stabilisieren sich vorwiegend in bestimmten Größen und schwingen bei den entsprechenden Pulsationseigenfrequenzen, die sich mit dem Luftgehalt des Wassers und zum Teil auch mit der Anregungsamplitude nur in diskreten Sprüngen ändern, so, als wäre nur bei bestimmten charakteristischen Eigenfrequenzen eine stabile Blasen-schwingung möglich. Dabei beobachtete man zugleich, wie sich von der schwingenden Blase stoßweise Wolken von winzigen Bläschen ablösen. In nahezu luftgesättigtem Wasser bilden sich auch oft an bestimmten Stellen im freien Medium Kavitationsprozesse aus (von BLAKE „trapped bubbles“ genannt). Die Blasen schießen dabei ruckartig hin und her, als würden sie von einer Rakete getrieben, und lassen jedesmal einen Schweif winziger Bläschen hinter sich (Abb.

17a zeigt in der Mitte links einen solchen Effekt). Ihre Größe bleibt dabei konstant. Es wurden auch, wie schon von BLAKE erwähnt, Blasen beobachtet, die mit einer Frequenz von einigen Hertz auf einem Kreis vom Radius 1 bis 3 cm umlaufen, wobei die Kreisbahn, genau betrachtet, aus vielen kleinen geraden Stücken zusammengesetzt ist, die von der Blase ruckartig unter Zurücklassung einer Wolke kleiner Bläschen durchlaufen wird. Eine solche Kreisbewegung wird oft eine halbe Stunde völlig gleichmäßig aufrechterhalten, ohne daß sich die Größe der Blase, (die, wohlbemerkt, meist kleiner als die Resonanzgröße ist) ändert.

Als Erklärungsmöglichkeit für diese beobachtete Stabilisierung wurde eine als „Faraday crispation“ bezeichnete Erscheinung herangezogen, bei der durch Anregung sehr starker Kapillarwellen auf ebenen oder auch Kugelflächen entweder kleine Luftbläschen abgeschnürt und in die Flüssigkeit geschleudert oder Wassertröpfchen in den Gasraum zersprüht werden. Über diese Erscheinung speziell bei Luftblasen in Wasser und Wassertröpfchen ist eine kurze Vortragszusammenfassung von WILLARD [9] bekannt. WILLARD beobachtete besonders starke „crispations“ bei bestimmten Kombinationen von Blasenradius und Anregungsfrequenz. Da nun seit längerem bekannt ist, daß eine stark nichtlinear schwingende Luftblase ihren Luftinhalt vergrößert, ein Vorgang, der von BLAKE als „gleichgerichtete Diffusion“ bezeichnet wird (und dessen Ursachen noch nicht ganz klar sind [10]), wäre also eine Möglichkeit für eine Vergrößerung der Blase gegeben. Andererseits kann durch starke Oberflächenschwingungen bei der „Faraday crispation“ der Luftinhalt durch Abschnüren kleiner Bläschen herabgesetzt, also die Blase verkleinert werden. Eine Stabilisation bei bestimmten Blasenradien wäre also möglich, sobald die Anregung einer Kapillarschwingung an einem bestimmten Radius gebunden ist. In diesem Falle könnte die Gaszufuhr durch „gleichgerichtete Diffusion“ kompensiert werden durch die Abtrennung von Bläschen bei der „Faraday crispation“.

WILLARD äußerte vor einiger Zeit die Vermutung, daß sich die für eine „Faraday crispation“ günstigen Kombinationen von Blasenradius und Anregungsfrequenz wahrscheinlich durch das Zusammenfallen der Grundpulsation nullter Ordnung mit irgendwelchen Oberschwingungen höherer Ordnung ergäben. Dieser Gedanke führt auch tatsächlich zu der Möglichkeit einer Kopplung der Oberschwingungen an bestimmte Blasenradien und damit zu einer Stabilisationsmöglichkeit. Führt man nämlich in die Differentialgleichung der Kapillarschwingungen eine auf die gesamte Oberfläche wirkende sinusförmige Beschleunigung ein, so erhält man eine Mathieusche Differentialgleichung. Damit ist eine

Möglichkeit gegeben, im Falle der Blasenschwingung aus der Grundpulsation Energie in die Oberflächenwellen zu übertragen und diese anzuregen. Da nun aber nur bei bestimmten Radien gleichzeitig die Schwingung nullter Ordnung und eine Oberschwingung irgendeiner Ordnung existieren können, gibt es „bevorzugte“ Radien bei der Anregung von Kapillarwellen. Bei schwacher Anregung tritt bevorzugt eine subharmonische Oberschwingung mit der halben Frequenz der Schwingung nullter Ordnung auf. Bei stärkerer Anregung durch die Grundpulsation bildet jedoch auch die Oberschwingung von gleicher Frequenz wie die anregende Schwingung nullter Ordnung eine Lösung der Mathieschen Differentialgleichung [11]. Man hat jetzt also die Blasenradien zu ermitteln, für welche die Schwingung nullter Ordnung mit irgendeiner der zahlreichen Schwingungen höherer Ordnung zusammenfallen kann. Am Mikrophon wird dabei natürlich immer nur die Grundpulsation angezeigt, da die Schwingungen höherer Ordnung praktisch nicht abstrahlen.

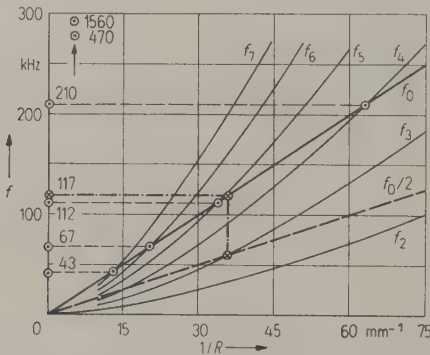


Abb. 7. Grundschiwingung nullter Ordnung und Oberschwingungen verschiedener Ordnung einer Gasblase in Wasser als Funktion des reziproken Radius.

In Abb. 7 sind die Schwingungen höherer Ordnung (f_n) zusammen mit der Grundschiwingung nullter Ordnung (f_0) als Funktion des reziproken Radius dargestellt. Die Schnittpunkte von f_0 und f_n ergeben die Bedingung für das gleichzeitige Auftreten beider Wellentypen von gleicher Frequenz, die Schnittpunkte von $f_0/2$ und f_n für das Zusammenfallen von f_0 mit einer Oberflächenschwingung der Frequenz $f_0/2$. In der Tabelle I sind diese „Eigenwerte“ zusammengestellt.

Die Abb. 8 und 9 enthalten zwei verschiedene gemessene „Stoßschwingungen“, die jeweils bei einmaliger Strahlableitung auf dem Oszillographen photographiert wurden², und zwar einmal mit vol-

² Sämtliche in der Arbeit wiedergegebenen Oszillogramme zeigen nach oben Überdruck und nach unten Unterdruck an.

Tabelle I

Abb.	kHz	gemessene „stabile“ Eigenfrequenzen	berechnete Eigenfrequenzen für gleichzeitige Anregung der nullten und n-ten Ordnung		Anregungsbedingungen	
			$f_0 = f_n$	$f_0 = 2f_n$	Luftgehalt %	Schalldruck atm
16b	400...450		1560 470	2 3	60...70	3...4
12c	200...220		210	4	70	3
8	110...120		117	3	70...80	0,5...1,0
9	65...70		112 67	5 6	80...90	1,0
		*)	43,6 29,7	7 8		
19b	25...30		28	5	90	z.T. 0,5
10	22		21,5	9		
10	16		15,8	6		

*) In diesem Bereich wurden Schwingungen beobachtet, deren Frequenz sich schwer bestimmen ließ.

ler Bandbreite einschließlich der Anregungsfrequenz von 14,6 kHz, in den Abb. 8c' und 9a', 9b' außerdem noch einmal über ein Hochpaßfilter von 40 kHz

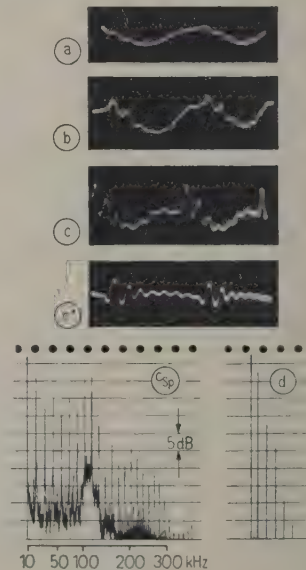


Abb. 8. Blasenschwingungen bei schwacher Kavitation. Eigenfrequenz 110 bis 120 kHz, Anregungsfrequenz 14,6 kHz, Schalldruckamplitude (a) $\approx 0,5$ atm, (b) $\approx 0,7$ atm, (c) $\approx 1,0$ atm, Luftgehalt des Wassers 70 bis 80%; Spektrum (c_{sp}) entspricht Oszillogramm (c); Spektrum (d): Oberwellen vor Kavitationseinsatz, Schalldruck 2 bis 3 atm., Bandbreite bei (a), (b) und (c) 10 kHz bis 1 MHz, bei (c') über Hochpaß 40 kHz.

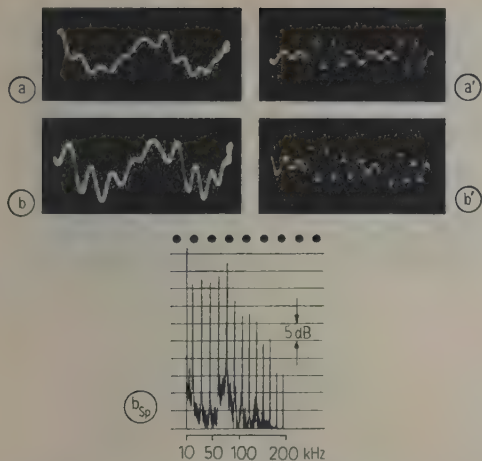


Abb. 9. Blasenschwingungen bei schwacher Kavitation. Eigenfrequenz 65 bis 70 kHz; Anregungsfrequenz 14,6 kHz, Schalldruckamplitude: (a) und (a') 0,8 bis 1,0 atm, (b) und (b') 1,0 bis 1,5 atm, Luftgehalt des Wassers 80 bis 90%; das Spektrum (b_{sp}) entspricht dem Oszillogramm b); Bandbreite bei (a) und (b) 10 kHz bis 1 MHz; bei (a') und (b') über Hochpaß 40 kHz.

unterer Grenzfrequenz, wobei im wesentlichen die Anregungsfrequenz weggeschnitten wird. In den letztgenannten Oszillogrammen kann man die Veränderung der Blasengröße während der Kavitations-schwingung verfolgen; z. B. sieht man in den Abb. 9a' und 9b', daß kurz vor dem Einsetzen einer neuen Stoßschwingung die Periodendauer schnell abnimmt, d. h. also, daß die Blase schnell kleiner wird, während die Perioden davor relativ groß sind, was auf einen großen Blasenradius hinweist. Die ersten Perioden bei sehr großer Amplitude sind wahrscheinlich infolge der Nichtlinearität vergrößert. — Der Nachschwingvorgang der Abb. 8 enthält etwa sieben bis acht Perioden auf eine Periode der Anregungsfrequenz von 14,6 kHz; das entspricht etwa 110 bis 120 kHz. Aus Abb. 9 ergibt sich etwa eine Frequenz von 65 bis 70 kHz. Bei denselben Frequenzen zeigt sich in den Spektren (Abb. 8 und 9) ein Kontinuum, das auf statistische Schwankungen beim Ablauf der Nachschwingungen hindeutet. Die Form entspricht etwa der „Glockenkurve“ einer gedämpften Schwingung. Dieses Rauschspektrum gibt die Frequenzlage der Eigenschwingungen im allgemeinen deutlicher wieder als das Linienspektrum.

Vergleicht man die gemessenen bevorzugten Frequenzen mit den berechneten in Tabelle I, so ergibt sich für 65 bis 70 kHz eine Stabilisationsmöglichkeit durch das Zusammenfallen der Schwingung nullter Ordnung mit der von sechster Ordnung bei

gleicher Frequenz. Für die Schwingung bei 110 bis 120 kHz ergeben sich sogar zwei Möglichkeiten: Das Zusammenfallen der nullten und fünften Ordnung bei gleicher Frequenz oder der nullten Ordnung mit der dritten Ordnung von der halben Grundfrequenz. Interessant ist, daß sich bei der Frequenz von 110 bis 120 kHz die Nachschwingung schon bei sehr geringen Schalldrücken anregen ließ (vgl. Abb. 8 a), im Gegensatz zu der bei 65 bis 70 kHz, was auf eine Stabilisierung durch die leichter anzuregende Subharmonische, mithin auf die Frequenz von 117 kHz hindeutet. An dieser Stelle mag auch erwähnt werden, daß im Abschnitt 3.3. bei größeren Schalldrücken auch die Anregung von stabilen Schwingungen bei 200 bis 220 kHz und bei etwa 450 kHz beschrieben wird, die durch das Zusammenwirken der Schwingung nullter Ordnung mit denen der vierten bzw. siebenten Ordnung gleicher Frequenz erklärt werden könnten.

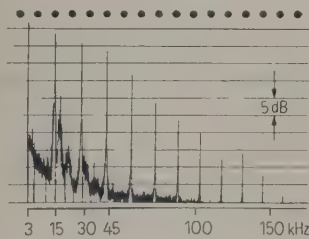
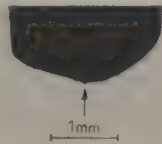


Abb. 10. Spektrum von Blasenschwingungen in luft-gesättigtem Wasser. Schalldruck etwa 1 atm.

In Abb. 10 ist ein Spektrum bei Kavitation in Leitungswasser bei schwacher Anregung wiedergegeben, wobei direkt neben der Linie der Anregungsfrequenz von 14,6 kHz noch eine Spitze im kontinuierlichen Spektrum bei etwa 16 kHz auftritt; dort liegen auch etwa zwei mögliche „stabile“ Frequenzen (15,8 kHz und 16,6 kHz, siehe Tabelle I). Dasselbe gilt für die Spitze zwischen der 1. und 2. Spektrallinie (etwa 22 kHz).

Abb. 11. Blase an der Mikro-
phonspitze (Kavitation ent-
sprechend Abb. 8 c). Blasen-
durchmesser etwa 65 μ , Be-
leuchtung durch Bogenlampe
mit $1/100$ s.



In der Abb. 11 ist noch eine Abbildung der Mikro-
phonspitze in etwa 20facher Vergrößerung wie-
dergegeben, die zugleich mit den Messungen der
Abb. 8 gemacht wurde. Abb. 11 ist mit einer langen
Belichtungszeit von etwa $1/100$ s aufgenommen und
zeigt eine stabil schwingende Blase, deren Durch-
messer von 60 bis 65 μ etwas größer ist als der
einer 110- bis 120-kHz-Blase, was wahrscheinlich
auf die sehr starken Schwingungsamplituden zurück-
zuführen ist.

In der Tabelle I sind die Luftsättigungen und Anregungsamplituden angegeben, bei denen die entsprechenden Nachschwingungsfrequenzen bevorzugt auftreten. Diese Werte sind nur als grobe Anhaltspunkte zu werten, da die Einstellung bestimmter Blasengrößen in sehr komplizierter Weise von Luftgehalt und Schallamplitude abhängen. Bei der Erhöhung der Schallamplitude beobachtet man oft einen Übergang von einer „stabilen“ Blasengröße zur nächst größeren stabilen Blase, wahrscheinlich infolge verstärkter „gleichgerichteter Diffusion“, falls der Luftgehalt groß genug ist. Bei zu geringem Luftgehalt scheint auch das Umgekehrte möglich zu sein. Vielleicht wird in diesem Fall durch sehr starke Oberflächenschwingungen soviel Luft abgegeben, daß die Blase unter Umständen eine geringere Größe erreichen kann, um sich dort zu stabilisieren, wenn es überhaupt zu einer Stabilisierung kommt. Denn um stabile Eigenschwingungen zu erreichen, ist anscheinend ein ganz bestimmtes Verhältnis von Luftgehalt und Anregungsamplitude notwendig. Dies ergab sich bei dem Versuch, mit Hilfe künstlicher Gaszufuhr durch Elektrolyse in untersättigtem Wasser die verschiedenen möglichen Eigenresonanzen nacheinander herzustellen. Es gelang dabei, durch passende Abstimmung von Gaszufuhr und Schallfeldamplitude außer den schon erwähnten Schwingungen bei 110 und 67 kHz weitere stabile Schwingungen bei 40 bis 50 kHz und bei etwa 30 kHz einzustellen.

Die Dämpfung der Blaseneigenschwingungen hielt sich in der üblichen Größenordnung der in verschiedenen Arbeiten, z. B. [12], an schwingenden Blasen gemessenen Werte, kann jedoch zum Teil bis zu 50% höher liegen, was sich vielleicht durch Energieabgabe an die Oberschwingungen erklären ließe.

3.3. Starke Kavitation

3.3.1. Untersättigtes Wasser von etwa 70 bis 80% Luftgehalt

Bei starker Schallanregung, d. h. bei Amplituden von etwa 1,5 Atmosphären bis maximal 3 bis 4 Atmosphären, werden die Kavitationsvorgänge sehr kompliziert und können in verschiedenen Formen ablaufen. Im folgenden wird unter Abschnitt a) auf einige interessante „Zwischenphasen“ eingegangen, die nicht immer auftreten (siehe die Abb. 12, 13 und 14), während unter b) der normalerweise eintretende Ablauf behandelt wird (Abb. 15 ff.).

a) Eine Erhöhung der Schalldruckamplitude über 0,5 bis 1,0 atm führt zuerst oft zu einer Anregung höherer Resonanzen zugleich mit den im Abschnitt 3.2. beschriebenen „Stoßschwingungen“ (Abb. 12 a), die auch im Spektrum hervortreten können. Zum Beispiel ist in Abb. 13 b außer einer Anhebung des gesamten Pegels bei hohen Frequenzen deutlich ein „Formant-

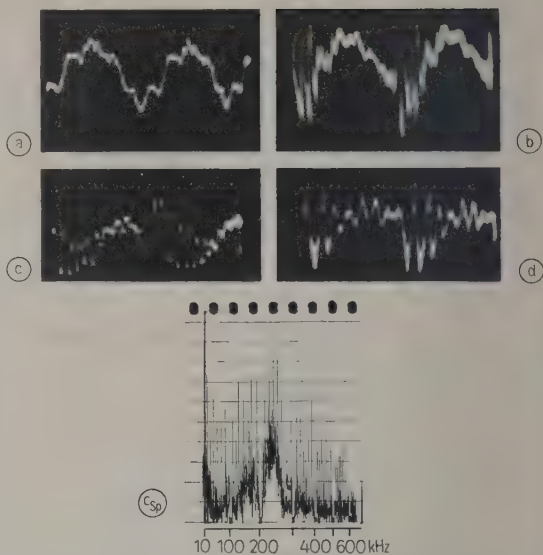


Abb. 12. Starke Kavitation. Schalldruckamplitude bei (a) 1,5 bis 2,0 atm, bei (b), (c), (d) etwa 3 atm, Luftgehalt des Wassers 70 bis 80%; das Spektrum (c_{sp}) entspricht dem Oszillogramm c, Eigenfrequenzen: (b), (c) 200 bis 220 kHz, (d) 110 bis 120 kHz.

bereich“ des Rauschpegels um 200 kHz wahrnehmbar. Zugleich beobachtete man in der optischen Projektion in unregelmäßigen Abständen ein Zerplatzen der stabilen Blase, wobei jedesmal ein Strahl von kleinen Bläschen von der Mikrofonoberfläche fortgeschleudert wird, und zwar zum Teil senkrecht zum Schallstrahl. Erst nach etwa 0,5 bis 1 cm Laufweg werden die Bläschen vom Strahlungsdruck erfaßt und in Richtung des Schallstrahles mitgeführt, wo sie sich, je nach Luftgehalt des Wassers, entweder bald auflösen oder sich an bestimmten Stellen des Schallfeldes zu einer größeren Blase vereinigen. Nach dem Zerplatzen einer Blase bildet sich, meist an derselben Stelle, eine neue, die innerhalb von $1/10$ bis $1/100$ s bis auf die gleiche Größe anwächst, die die zerplatzte Blase hatte. Bei einer weiteren Steigerung des Schalldrucks über etwa 1,5 atm sieht man nur noch zerplatzende Blasen am Mikrophon, oft mehrere gleichzeitig, die unter Umständen bei zwei verschiedenen Größenstufen zerplatzen können. Das Anwachsen und Zerplatzen erfolgt jetzt so schnell, daß man mit dem Auge nicht mehr folgen kann. Man sieht nur das Auftauchen und Verschwinden von schwarzen Punkten gleicher Größe. Abb. 14 a zeigt die Bahn der abgeschleuderten Bruchstücke zerplatzender Blasen in einer Streulichtaufnahme bei 1 s Belichtungsdauer. Im oberen Teil ist die Mikrofonspitze als Silhouette erkennbar. In Abb. 14 b sind drei willkürlich herausgegriffene Phasen mit Funkenbeleuchtung aufgenommen worden. Die Blasen auf dem ersten Bild (Pfeile) haben etwa „normale“ Größe, die auf dem zweiten sind stark vergrößert und befinden sich anscheinend in starker Bewegung, und im dritten Bild sind sie offensichtlich zerplatzt. In den sehr unregelmäßigen Oszillogrammen treten meistens wenige, oft nur drei oder vier Schwingungen höherer Frequenz, z. B. 200 kHz, stark hervor (Abb. 12 b). Die Verände-

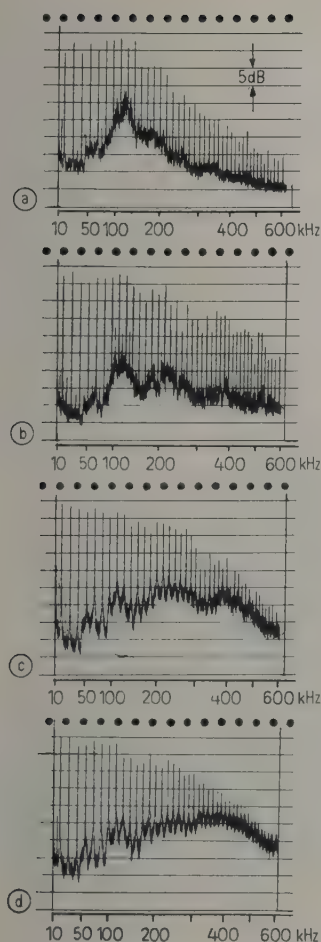


Abb. 13. Kavitationsspektren bei steigendem Anregungsschalldruck. Druckamplitude bei (a) 1,0 atm, (b) 2,0 atm, (c) und (d) 3 bis 4 atm; Luftgehalt des Wassers bei (a), (b), (c) 80%; bei (d) 60 bis 70%.

rung des Spektrums beim Übergang von schwacher Anregung zu stärkerer Anregung zeigt Abb. 13. Während bei Abb. 13 a nur eine starke Schwingung bei 110 bis 120 kHz hervortritt, wird bei Abb. 13 b der Pegel bei hohen Frequenzen angehoben, und es tritt zugleich ein zusätzliches Maximum bei 200 kHz auf. Bei Abb. 13 c und d zeigt sich ein starkes Kontinuum bei hohen Frequenzen mit einem flachen Maximum bei 200 kHz (größerer Luftgehalt) oder sogar bei 400 bis 500 kHz (geringerer Luftgehalt). Das Linienspektrum fällt nach hohen Frequenzen sehr stark ab, so daß dort fast nur noch statistische Energie vorhanden ist, was auf besonders starke Schwankungen bei Kavitationsvorgängen dieser Art schließen läßt. (In fast allen Spektren sind bei starker Kavitation die Linien bis 50 kHz, zum Teil auch bis 100 kHz, etwas übersteuert, um bei der beschränkten Dynamik des Analysators das Rauschspektrum noch mit erfassen zu können!)

Gelegentlich kommt auch der Fall vor, daß sich Blasen trotz starker Anregung (bis zu 2,5 oder 3 atm) stabilisieren und nicht zerplatzen. Sie führen dann Schwingungen mit extrem großen Amplituden aus. Zwei Beispiele sind in den Abb. 12 c und d für Frequenzen von 200 bis 210 kHz³ (Spektrum c_{sp} in Abb. 12) bzw. 110 bis 120 kHz dargestellt. Die Aufnahmen enthalten auch die Anregungsfrequenz von 14,6 kHz (Abb. 12 c bei einmaliger Strahlablenkung, Abb. 12 d Zeitaufnahme bei periodischer Ablenkung). Wenn man annimmt, daß es sich bei den am Mikrophon beobachteten, in den Umrissen etwas unscharfen, aber völlig runden Blasen um einzelne, bei der im Oszillogramm angezeigten Eigenfrequenz schwingende Blasen handelt, so erhält man fünf- bis zehnmal zu große Blasenradien; d. h. der Maximalradius R_m müßte das fünf- bis zehnfache des Ruheradius R_0 betragen. Theoretisch wären nach den Rechnungen von NOLTINGK und NEPPIRAS derartige Verhältnisse von R_m/R_0 möglich. Dann ließe sich allerdings die beobachtete gleichmäßige Eigenfrequenz kaum verstehen.

b) Sehr oft treten die unter a) beschriebenen Kavitationserscheinungen gar nicht auf. Dann beobachtet man bei einer Erhöhung der Schallamplitude lediglich, wie die Blaseneigenschwingungen zunehmend spitzer werden, wie z. B. in den Abb. 15 a und b, und wie sich schließlich bei noch stärkerer Anregung ein einzelner starker Impuls ausbildet (Abb. 15 c und c'). Die Spektren bei starker Kavitation sind nur sehr schwer zu analysieren, weil bei den in dieser Arbeit vorliegenden Verhältnissen hinsichtlich Luftgehalt des Wassers und Schalldruckamplitude die entstehenden Kavitationsimpulse gerade eine solche Dauer haben, daß ihr Spektrum im Meßbereich schon Nullstellen und Maxima zeigen kann. Dieses überlagert sich also dem durch eventuell auftretende Blasenschwingungen erzeugten Spektrum. Bei starker Kavitation können, wie es scheint, mehrere Blasenschwingungen gleichzeitig auftreten, die zuweilen miteinander abwechseln. Dazu kommt die Modifikation der Spektren durch sta-

³ Vgl. Tabelle I.

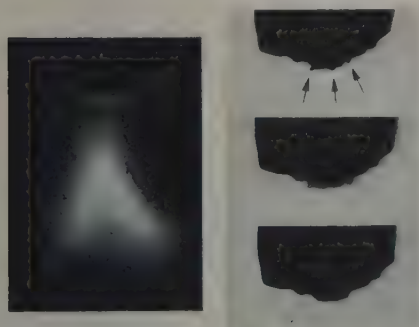


Abb. 14. (a) Streulichtaufnahme der vom Mikrophon fortgeschleuderten Bläschen; Belichtung 1 s, Druckamplitude etwa 2 atm. (b) Kavitationsblasen in drei willkürlichen Phasen, Luftgehalt 80%, Druckamplitude 2 bis 3 atm, Funkenbeleuchtung $2 \cdot 10^{-6}$ s.

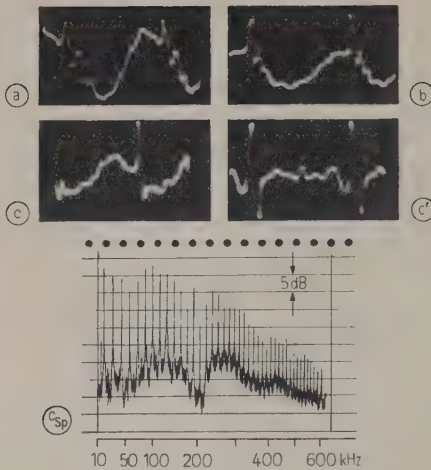


Abb. 15. (a), (b), (c) Übergang von Blasenschwingungen in einen starken Impuls bei Steigerung des Anregungsdrucks; (c_{sp}) Beispiel eines Spektrums beim Auftreten starker Impulse.

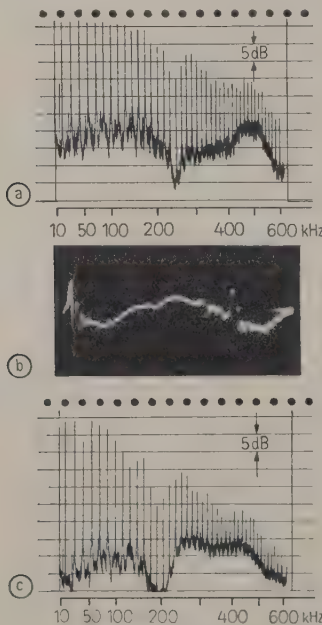


Abb. 16. Einige spezielle Spektren bei starker Kavitation ((a) und (c)), (b) Oszillogramm des zeitlichen Differentialquotienten des Druckes; Frequenz der angeregten Eigenschwingungen etwa 450 kHz.

tistische Schwankungen der verschiedenen Parameter. Aus diesen Gründen läßt sich ein solches Spektrum nur schwer genau erklären, selbst unter Zuhilfenahme des Oszillogramms, aus dem sich beim gleichzeitigen Auftreten mehrerer Eigenschwingungen von Blasen deren Frequenzen meist auch nicht genau bestimmen lassen. Daher sollen im folgenden nur

einige Beispiele aus der großen Zahl der gemessenen Spektren wiedergegeben werden.

Das Spektrum in Abb. 15 zeigt im Gegensatz zu denen der Abb. 13, die unter a) beschrieben wurden, bei etwa 200 kHz einen tiefen Einbruch. Aus dem Impulsozillogramm Abb. 15 c' kann man entnehmen, daß die Impulsdauer $\tau \approx 7 \mu\text{s}$ beträgt. Wie im Abschnitt 4.2. später gezeigt wird, kann man die Impulsform durch einen halben Kosinus annähern, d. h. aber, daß die Nullstellen des Spektrums bei den Frequenzen $1,5/\tau$, $2,5/\tau$, $3,5/\tau$ usw. liegen, in unserem Falle die erste bei etwa 210 kHz, die nächste bei 350 kHz. Bei diesen Frequenzen liegen aber gerade Minima im gemessenen Spektrum, so daß man dessen Verlauf wohl zum großen Teil durch die Impulsform erklären muß.

Andererseits treten aber in den Oszillogrammen, z. B. in den Abb. 15 c und c', neben den Impulsen deutlich Nachschwingungen auf, die sich auch im Spektrum sehr oft, z. B. durch ungewöhnlich hohe Nebenmaxima oder andere vom Impulsspektrum abweichende Formen bemerkbar machen (Abb. 21 c_{sp}, die bei stark untersättigtem Wasser ohne merkliche Blasenschwingungen aufgenommen wurde, kommt der „Normalform“ der Impulsspektren sehr nahe). In den Abb. 16 a und c sind zwei Beispiele angeführt, bei denen der Rauschpegel bei höheren Frequenzen ganz besonders hoch liegt. Der Abb. 16 a entspricht das in Abb. 16 b wiedergegebene Oszillogramm (hier ist der zeitliche Differentialquotient des Druckes aufgenommen worden, um die höheren Frequenzen anzuheben, damit sie sich besser aus dem Verstärkerrauschen herausheben), in dem deutlich eine Schwingung von etwa 450 kHz erkennbar ist, die auch im Spektrum Abb. 16 a besonders hervortritt. In diesem Frequenzgebiet besteht auch die Möglichkeit einer Stabilisierung (siehe Tabelle I).

Am Mikrophon beobachtet man bei sehr starker Kavitation wieder das schon erwähnte Zerplatzen von Blasen, wobei jetzt die „Bruchstücke“ mit sehr großer Geschwindigkeit geradlinig auf bestimmten Bahnen fortgeschleudert werden. Abb. 17 a zeigt eine Streulichtaufnahme dieser Blasenbahnen, die

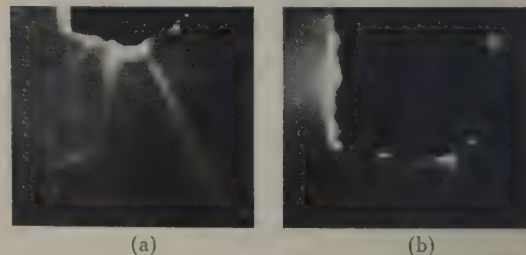


Abb. 17. Streulichtaufnahme der vom Mikrophon fortgeschleuderten Bläschen bei sehr starker Kavitation. Luftgehalt des Wassers bei (a) 80 bis 90%, (b) 60%.

2 bis 4 mm lang sein können, und interessanterweise ihre Richtung, die senkrecht zum Schallstrahl liegen kann, beibehalten. Wahrscheinlich haben sich an bestimmten Stellen der Mikrofonfläche durch die Kavitationseinwirkungen Löcher gebildet, welche die fortgeschleuderten kleinen Bläschen in bestimmte Richtungen lenken. Abb. 17 a wurde in stärker lufthaltigem Wasser von mindestens 80% Luftgehalt aufgenommen. In stärker untersättigtem Wasser von nur 60 bis 70% Luftgehalt fliegen die Bläschen nicht so weit (Abb. 17 b), wahrscheinlich weil sie sich schnell auflösen oder weil sich bei der „härteren“ Kavitation kleinere Bläschen bilden.

c) Bei mindestens 80% Luftgehalt oder mehr und maximaler Schalldruckamplitude von etwa 4 atm bilden sich zuweilen sehr viel größere Kavitationsblasen aus, die dann beim Zusammenfallen besonders kurze Impulse erzeugen (Abb. 18), deren Dauer oft nur 3 μ s beträgt. Derselbe Effekt tritt ein, wenn man bei starker Kavitation in weniger lufthaltigem Wasser durch Elektrolyse zusätzlich Gas erzeugt. Abb. 18 a_{sp} zeigt ein dabei aufgenommenes Spektrum, bei dem erst bei etwa 450 kHz ein Einbruch zu erkennen ist. Die Unregelmäßigkeit kommt durch die künstliche Gaszufuhr.

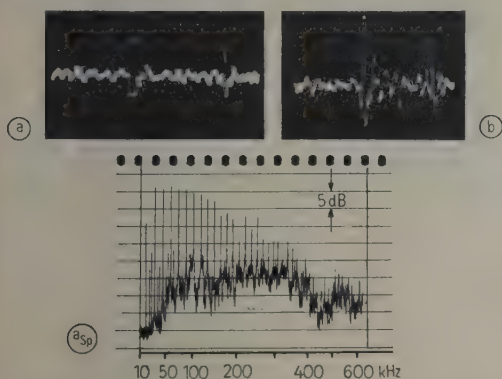
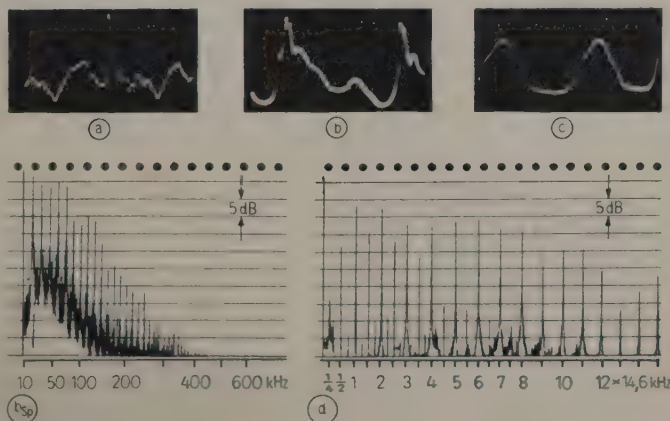


Abb. 18. Zwei Beispiele besonders kurzzeitiger Kavitationsimpulse. Das Spektrum entspricht etwa den Oszillogrammen. Die Oszillogramme wurden über einen 40-kHz-Hochpaß aufgenommen.

Abb. 19. Druckverlauf bei Kavitation in gesättigtem Wasser.

- (a), (b) Blasen kleiner als Resonanzgröße für 14,6 kHz, Schalldruck etwa 3 und etwa 1 atm,
- (c) Resonanzblase am Mikrofon; Schalldruck etwa 3 atm,
- (b_{sp}) Spektrum zu (b),
- (d) Spektrum bei schwächerer Anregung mit zahlreichen Subharmonischen.



3.3.2. Kavitation in gesättigtem oder übersättigtem Wasser

Die Kavitationsvorgänge in gesättigtem oder nahezu gesättigtem Wasser laufen ähnlich ab, wie im Abschnitt 3.3.1., c) beschrieben, solange sich keine Blasen bilden, die bei der Anregungsfrequenz von 14,6 kHz in Resonanz kommen, d. h. die Radien von etwa 0,22 mm erreichen, was bei sehr starker Anregung selbst bei etwas untersättigtem Wasser möglich ist. Außer am Mikrofon treten an vielen Stellen im freien Medium „Kavitationsherde“ auf. Da die Abstrahlung der großen Blasen schon recht beträchtlich ist, kann das Mikrofon auch durch diese in einiger Entfernung stattfindenden Prozesse angeregt werden, sofern sich nicht am Mikrofon unmittelbar eine große Blase bildet, was praktisch fast immer der Fall ist, die dann den Einfluß des Schallfeldes weitgehend abschirmen kann.

Wie schon erwähnt, bilden sich noch starke Kavitationsstöße aus, solange die Blasen unterhalb der Resonanzgröße für 14,6 kHz bleiben. Abb. 19 a zeigt ein Oszillogramm eines scharfen Impulses, dessen Spektrum sich von dem in Abb. 18 nur durch starke Schwingungsvorgänge bei sehr tiefen Frequenzen unterscheidet. Auch der Einbruch bei etwa 450 kHz liegt an der gleichen Stelle. In Abb. 20 ist eine Streulichtaufnahme der Mikrofonspitze wiedergegeben, auf der sich ein „Kreislauf“ ausgebildet hat. Etwas schräg nach links werden in einem Strahl kleine Bläschen weggeschleudert, die dann vom Strahlungsdruck nach rechts mitgenommen werden, sich dabei langsam vergrößern und aufsteigen und dann schließlich wohl durch eine sich ausbildende Strömung, zum größten Teil wieder zum Kavitationszentrum an der Mikrofonspitze zurückgetrieben werden.

Sobald die Blasen die Resonanzgröße für 14,6 kHz erreichen, treten kaum mehr scharfe Impulse auf (Abb. 19 c). Die sich an der Mikrofonspitze bildenden großen Resonanzblasen scheinen das Schall-



Abb. 20. Streulichtaufnahme bei starker Kavitation in nahezu luftgesättigtem Wasser mit einem Blasen-„Kreislauf“, Schalldruck etwa 3 atm.

feld weitgehend abzuschirmen, denn man beobachtet auf dem Oszillographen Schwingungsformen von der Art der in den Abb. 19 b⁴ und c gezeigten, die für stark nichtlinear schwingende Blasen charakteristisch sind. Das zugehörige Spektrum ist in Abb. 19 c_{sp} wiedergegeben. Große Blasen lassen sich anscheinend besonders leicht zu subharmonischen Schwingungen in bezug auf die Anregungsfrequenz anregen. Abb. 19 d zeigt ein Spektrogramm bei schwächerer Anregung in gesättigtem Wasser. Es treten deutlich Spektrallinien bei 1/4 und 1/2 und bei Vielfachen der Anregungsfrequenz auf.

Über die Ursache für das Auftreten von Subharmonischen sind schon sehr viele Überlegungen angestellt worden. Darauf soll hier nicht näher eingegangen werden, jedoch sollen einige Beobachtungen berichtet werden, die vielleicht auf eine weitere Deutungsmöglichkeit hinweisen:

Subharmonische werden nicht nur in der Umgebung der Grundfrequenz, sondern zuweilen bis zur 30. bis 40. Harmonischen hinauf beobachtet, meist als „halbzahlige“ Harmonische, die manchmal nur 10 dB unter den ganzzahligen liegen. Diese hauptsächlich auftretenden halbzahligen Vielfachen der Grundfrequenz weisen oft eine von den normalen Harmonischen abweichende „Envelope“ auf, deren Maximum bzw. Minimum dort liegt, wo bei starker Kavitation ein kontinuierliches Spektrum läge. Zum Beispiel tritt an die Stelle des scharfen Kontinuums bei 110 kHz im Spektrum der Abb. 8 beim Herabsetzen des Schallpegels ein Linienspektrum von „halbzahligen“ Harmonischen. Sehr oft liegen schon auf dem Kontinuum solche Zwischenlinien (Abb. 13 a und b). Auf Grund dieser Beobachtungen könnte man vermuten, daß sich bei der Schwingungskavitation irgendwelche der resultierenden Effekte, Impulse oder Blasen-schwingungen nicht in jeder Periode gleich ausbilden, sondern z. B. in aufeinanderfolgenden Perioden abwechselnd stärker und schwächer auftreten. Das bedeutet praktisch eine periodische Amplituden- und zugleich wahrscheinlich Phasenmodulation mit der halben normalen Folgefrequenz und ergibt Linien zwi-

schen den normalen Harmonischen. Eine Möglichkeit für das alternierende Verhalten ließe sich vielleicht finden, wenn man in den theoretischen Überlegungen einmal die bei Kavitation in gashaltigem Wasser meist vorliegende „Randbedingung“ berücksichtigen würde, daß zu Beginn der Unterdruckperiode im Schallfeld die Eigenschwingungen der beim vorhergehenden Zusammenfallen angeregten Blasen noch nicht abgeklungen sind, was gewiß den Ablauf des neuen Kavitationsprozesses beeinflussen könnte.

3.3.3. Kavitation in stark untersättigtem Wasser (Luftgehalt $\leq 60\%$)

In Wasser von etwa 60% Luftgehalt bilden sich bei der höchstmöglichen Schalldruckamplitude von 3 bis 4 atm scharfe Impulse aus, die im allgemeinen keine oder nur sehr schwache Blasen-schwingungen zur Folge haben (Abb. 21 a, b, c). Das Spektrum Abb. 21 c_{sp} scheint ausschließlich durch die Impulsform bestimmt zu sein und läßt sich am besten mit dem Spektrum eines Kosinusimpulses von etwa 6 bis 7 μ s Dauer in Einklang bringen.

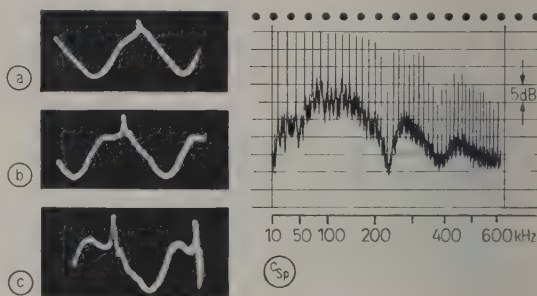


Abb. 21. Druckverlauf und Spektrum bei Kavitation in stark untersättigtem Wasser. Luftgehalt 60%; Schalldruck bei (a), (b) 3 atm, bei (c) 3 bis 4 atm, das Spektrum (c_{sp}) entspricht etwa (c).

4. Phasenlage, Schwankung und Form der Kavitationsimpulse

4.1. Phase der Impulse in bezug auf die Anregungsschwingung

Für die Bestimmung der Phase der Impulse in bezug auf die Phase der anregenden Schwingung von 14,6 kHz ergab sich eine Schwierigkeit daraus, daß für 14,6 kHz auf dem Nickeldraht des Sondenmikrophons stehende Wellen auftreten, weil der Reflexionsfaktor am Ende nur 20 bis 25% beträgt. Man kann sich leicht überlegen, daß dadurch die Lage der Impulse auf der Sinuskurve von 14,6 kHz bis zu $\pm 10^\circ$, bezogen auf 360° für die Grundperiode, verschoben werden kann. Dieser Fehler wurde dadurch herabgesetzt, daß die Abnahmespule des Mikrophons möglichst genau im Abstand einer Wellenlänge vom Drahtende befestigt wurde, was sich durch einen Phasenvergleich des mit einem

⁴ Abb. 19 b entspricht sehr gut dem in einer kürzlich fertiggestellten Arbeit [13] mit optischen Methoden gemessenen Verlauf des Blasenradius über eine Kavitationsperiode.

Kristallmikrophon unmittelbar neben der Spitze des Sondenmikrophons gemessenen Schallfelddrucks mit dem vom Sondenmikrophon über den Integrationsverstärker angezeigten Druck leicht einstellen ließ. Außerdem wurden die Kavitationseffekte mit einem Kristallmikrophon aufgenommen, wobei sich innerhalb von etwa 5% der Grundperiode Übereinstimmung in der Lage der Impulse ergab. Diese Genauigkeit dürfte ausreichend sein, zumal wegen der meist etwas verzerrten Kurvenform der Sinuskurve die Ausmessung der Impulslage noch ungenauer werden kann.

Aus Abb. 21 b entnimmt man, bezogen auf den Beginn der Unterdruckperiode, eine Zeit $t_m + \tau$ für das Anwachsen und Zusammenfallen des Kavitationshohlraumes von etwa 57 μ s. (Die letzten 20% der Oszillogramme sind etwas komprimiert; dieser Teil darf nicht ausgewertet werden.) Aus Abb. 6 entnimmt man einen von NOLTINGK und NEPPIRAS [3] berechneten Wert von 60 μ s bei 3 bis 4 atm. Diese Übereinstimmung kann als befriedigend angesehen werden.

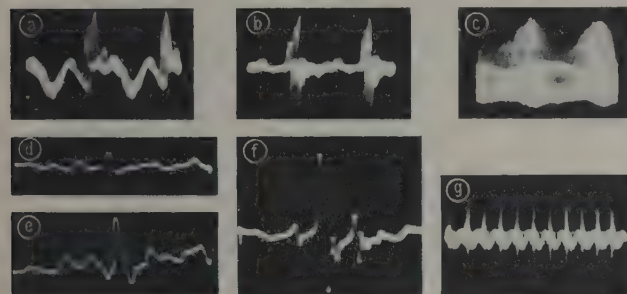


Abb. 22.

(a), (c) Druck und (b) zeitlicher Differentialquotient des Druckes bei Kavitation in luftgesättigtem Wasser bei 100-Hz-Modulation des Senders. (a), (b) Kippfrequenz 10 kHz, (c) 50 kHz. (d), (e) Druckverlauf über Hochpaß 40 kHz bei 25 kHz Kippfrequenz; (f), (g) zeitlicher Differentialquotient des Druckes, (f) bei 25 kHz, (g) bei 1,5 kHz Kippfrequenz.

Um auf bequeme Art die Anhängigkeit der Impuls-
lage von der Schallamplitude zu bestimmen, wurde
der „Nachteil“, daß die Senderamplitude durch den
1-kW-Kraftverstärker mit 100-Hz-„Brumm“ modu-
liert ist, ausgenutzt, indem die Brummkompensation
ganz ausgeschaltet und auf diese Weise eine 100-Hz-
Modulation der Schalldruckamplituden im Verhält-
nis 14/10 erzielt wurde. Unter diesen Verhältnissen
ergaben sich die Oszillogramme in den Abb. 22 a,
b, c. Bei periodischer Ablenkung mit 20 bis 30 kHz
wurde der Verlauf des Schalldrucks (Abb. 22 a) und
des zeitlichen Differentialquotienten des Druckes
(Abb. 22 b) bei starker Kavitation in nahezu ge-
sättigtem Wasser photographiert, während Abb. 22 c
den Druckverlauf bei Synchronisation mit der Netz-
frequenz zeigt. Die Höhe der Impulse schwankt sehr
stark mit 100 Hz (nach NOLTINGK und NEPPIRAS mit
der vierten Potenz des Schalldrucks, das wäre hier
im Verhältnis $(1,4)^4 \approx 4$). In den Abb. 22 a und b
sieht man deutlich die Verschiebung der Impulse
zwischen zwei Positionen, die etwa 7 bis 8 μ s aus-
einanderliegen. Entnimmt man wieder aus der Abb. 6

die Änderung von $t_m + \tau$ mit der Druckamplitude,
z. B. für 4 und 2,8 atm, so erhält man eine Impuls-
verschiebung von 6,5 bis 7 μ s. Wenn man berück-
sichtigt, daß die Kurve in Abb. 6 für einen sehr
kleinen Keimradius (3,2 μ) berechnet ist und die
Kurve für gashaltigeres Wasser mit größeren Blasen
trotz der geringen Abhängigkeit vom Keimradius
etwas steiler verlaufen würde, so erhält man einen
etwas größeren Wert, der dem experimentell be-
stimmten noch näher kommt.

4.2. Impulsdauer und Impulsform

Aus den Oszillogrammen ist zu entnehmen, daß
die Impulsdauer unter den vorliegenden Verhältnissen
von etwa 7 bis zu 2 bis 3 μ s betragen kann. Die
Impulse sind besonders kurz und scharf, wenn der
Luftgehalt gering oder wenn der maximale Blasen-
radius besonders groß ist.

Die Impulsform scheint zwischen einem oben ab-
gerundeten Dreieck und einem halben Kosinus zu
liegen (Abb. 22 d und e) und läßt sich vielleicht am
besten durch die Kosinusform annähern. Die vor-

derer Flanke ist oft, besonders bei starker Kavitation,
etwas steiler, was sich auch aus dem zeitlichen Dif-
ferentialquotienten (Abb. 22 f, g) ergibt, der im po-
sitiven und negativen Impuls die Steilheiten der
vorderen und hinteren Flanke anzeigt. Schwächere
Impulse (Abb. 22 f) scheinen annähernd symme-
trisch zu sein.

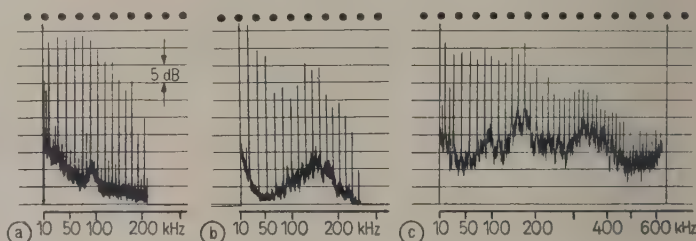
Über die wirklich im Kavitationsimpuls auftre-
tenden Drucke läßt sich aus den Messungen nichts
entnehmen, da, wie im ersten Teil der Arbeit schon
einmal erwähnt wurde, eine Drucktransformation
auf den vollen Querschnitt des Nickeldrahtes statt-
findet, bei der die Deformationsamplitude stark her-
abgesetzt wird. Wenn man angeben könnte, auf
welchem Querschnitt die Druckstöße beim Zusam-
menfallen eines Hohlraumes an der Mikrophonspitze
wirken, könnte man mit Hilfe der gemessenen Im-
pulse, die bis zu 8 atm betragen, die wirklichen
Kavitationsdrucke abschätzen. Das Transformations-
verhältnis wäre z. B. bei Annahme eines Einwirkungs-
querschnitts von 50 μ etwa 100, d. h. man käme auf
wirkliche Kavitationsdrucke von nahezu 1000 atm.

4.3. Mittlere quadratische Schwankung der Kavitationsvorgänge um ihre periodische Lage

Mit Hilfe der in Abschnitt 2.2. angegebenen Formel (3) für die Energieverteilung im Spektrum bei sta-

malem Wasser bei anderen als in den in Tabelle I angeführten Frequenzen Blasen stabilisiert werden können. Daher soll hier auf eine ausführliche Wiedergabe der Experimente bei veränderter Oberflächenspannung verzichtet werden.

Abb. 23. Spektren bei schwacher Kavitation in Flüssigkeiten mit herabgesetzter Oberflächenspannung. Druckamplitude bei (a) etwa 1 atm, (b) etwa 1,5 atm, (c) 1 bis 2 atm (vergleiche (c) mit Abb. 13 b).



tistischer Schwankung von Amplitude und Phase läßt sich eine Abschätzung der mittleren quadratischen Schwankung σ_T um die periodische Lage durchführen, wenn man bei einer bestimmten Frequenz das Verhältnis von mittlerer Linienenergie zu Rauschenergie aus den gemessenen Spektren entnimmt. Diese Abschätzung ist von der speziellen Form des Zeitvorgangs unabhängig. (Die direkte Messung ist wegen der schon erwähnten schwachen Amplitudenmodulation des Schallfeldes mit 100 Hz nur schwer möglich.) Die Rechnung soll hier nicht im einzelnen wiedergegeben werden; es sei nur bemerkt, daß sich ein relativer Fehler bei der Bestimmung des Energieverhältnisses nur zu 1/50 als relativer Fehler in σ_T auswirkt.

Bei starker Kavitation ergeben sich maximal Werte von 2 bis $3 \cdot 10^{-6}$ s für die mittlere quadratische Schwankung der Kavitationsvorgänge, und zwar für die Abweichungen nach einer Seite. Die gesamte Schwankungsbreite der Impulse ergibt sich dann als $2\sigma_T \approx 4$ bis $6 \cdot 10^{-6}$ s = 4 bis 6 μ s, d. h. etwa 6 bis 9% der Anregungsperiode. Dieser Wert könnte größenordnungsmäßig bei den beobachteten Kavitationsvorgängen möglich sein. Daraus folgt weiter, daß der Einsatz der Kavitationsimpulse relativ periodisch erfolgt.

4.4. Einfluß der Oberflächenspannung auf die Blasenschwingungen

Zum Schluß soll noch erwähnt werden, daß zur Prüfung der Hypothese der Blasenstabilisation durch Oberflächenschwingungen auch einige Messungen in Flüssigkeiten mit herabgesetzter Oberflächenspannung (Saponinlösung 0,4 g/l; Nitrobenzol) erfolgten. Bei niedrigeren Oberflächenspannungen liegen die Oberflächenresonanzen bei tieferen Frequenzen (proportional der Wurzel aus der Oberflächenspannung), und die sich aus dem Zusammenfallen mit der Schwingung nullter Ordnung ergebenden stabilen Frequenzen erhöhen sich proportional der Oberflächenspannung. Es wurden tatsächlich solche Verschiebungen in der berechneten Größenordnung beobachtet; z. B. traten Blasenschwingungen bei etwa 90 und 140 bis 150 kHz auf (Abb. 23), als die Oberflächenspannung auf 57 dyn/cm herabgesetzt wurde. Bei diesen Frequenzen, besonders bei 150 kHz, waren sonst keine stabilen Blaseneigenschwingungen beobachtet worden. Trotzdem müssen diese Experimente mit Vorbehalt aufgenommen werden, solange der „Stabilisationsmechanismus“ nicht völlig geklärt ist und damit sichergestellt ist, daß nicht auch in nor-

Herrn Professor Dr. E. MEYER möchte ich an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Untersuchung und für zahlreiche förderliche Diskussionen meinen herzlichen Dank zum Ausdruck bringen.

(Eingegangen am 20. Juli 1956.)

Schrifttum

- [1] KOPPELMANN, J., Beiträge zur Ultraschallmeßtechnik in Flüssigkeiten. *Acustica* 2 [1952], 92.
- [2] NOLTINGK, B. E. und NEPIRAS, E. A., Cavitation produced by ultrasonics. *Proc. Phys. Soc. B* 63 [1950], 674.
- [3] NEPIRAS, E. A. und NOLTINGK, B. E., Cavitation produced by ultrasonics: Theoretical conditions for the onset of cavitation. *Proc. Phys. Soc. B* 64 [1951], 1032.
- [4] ESCHÉ, R., Untersuchung der Schwingungskavitation in Flüssigkeiten. *Acustica* 2 [1952], Beiheft 4, AB 208.
- [5] LANGE, Th., Methoden zur Untersuchung der Schwingungskavitation in Flüssigkeiten mit Ultraschall. *Acustica* 2 [1952], Beiheft 2, AB 75.
- [6] MACFARLANE, G. T., On the energy-spectrum of an almost periodic succession of pulses. *Proc. Inst. Radio Engrs.* 37 [1949], 1139.
- [7] STRASSBERG, H., Undissolved air cavities as cavitation nuclei. *Symposium on Cavitation in Hydrodynamics*, 1955, Nr. 13.
- [8] BLAKE, F. G. jr., The onset of cavitation in liquids. *Harvard Univ., Acoust. Res. Lab., Techn. Memor.* 12, 1949.
- [9] WILLARD, G. W., Vibrating liquid surfaces as generators of bubbles and drops. *J. acoust. Soc. Amer.* 26 [1954], 933.
- [10] GÜTH, W., Zur Entstehung der Stoßwellen bei der Kavitation. *Acustica* 6 [1956], 526.
- [11] STRUTT, M. J. O., Lamésche, Mathiesche und verwandte Funktionen in Physik und Technik, Springer-Verlag, Berlin 1932, Abschn. III. MEIXNER, J. und SCHÄPFKE, F. W., Mathiesche Funktionen und Sphäroidfunktionen. Springer-Verlag, Berlin 1954, S. 131.
- [12] EXNER, M.-L. und HAMPE, W., Experimental determination of the damping of pulsating air bubbles in water. *Acustica* 3 [1953], 67.
- [13] MUNDY, E. und GÜTH, W., Kinematographische Untersuchungen der Schwingungskavitation. *Acustica* 7 [1957], 241.

THE SUBJECTIVE LOUDNESS SCALE

by D. W. ROBINSON

Communication from the National Physical Laboratory

Summary

Discrepancies between published determinations of the sound intensity/loudness relation are not satisfactorily accounted for by differences in the test procedures. Statistical examination suggests that the variations, both between different observers and between the various investigations, may be interpreted as random errors in the subjective estimation of sensation ratios. The function relating loudness to loudness level is derived from the data. For practical purposes a simple approximation to it is proposed (2-fold change equivalent to a 10-phon step). Further work is necessary to establish the transformation function for use in computing the loudness of complex sounds from their spectra. It is probably similar to but may be distinct from the loudness function.

Sommaire

Les écarts entre les relations intensité sonore/intensité subjective qui ont été publiées ne s'expliquent pas d'une manière satisfaisante par la différence des modes opératoires employés dans les déterminations. Un examen statistique permet de penser que les variations constatées, soit d'un observateur à l'autre, soit d'une détermination à l'autre, peuvent être dues à des erreurs aléatoires dans l'estimation subjective des rapports de sensation. On établit, à partir des résultats obtenus, la fonction reliant l'intensité auditive au niveau de force sonore. On en propose une approximation simple (une multiplication par 2 équivalent à une différence de 10 phones) qui convient pour la pratique. D'autres études seront nécessaires pour établir la fonction transformation à utiliser pour calculer l'intensité subjective de sons complexes à partir de leur spectre. Cette fonction est probablement analogue, mais peut être distincte de la fonction intensité subjective ordinaire.

Zusammenfassung

Die Unterschiede, die zwischen den bisher veröffentlichten Untersuchungen über die Beziehungen von Intensität und Lautheit auftreten, können nicht befriedigend durch die unterschiedlichen Versuchsbedingungen erklärt werden. Eine statistische Überlegung läßt vermuten, daß die Abweichungen auf der natürlichen Streuung der Urteile über die Verhältnisse von Sinnesempfindungen beruhen. Die Funktion zwischen Lautheit und Lautstärke wird aus den gegebenen Daten ermittelt. Für praktische Anwendungen wird eine einfache Näherung gegeben (Verdopplung entspricht einem 10-phon-Schritt). Erst auf Grund weiterer Arbeiten wird es möglich sein, die Funktion aufzustellen, die es gestattet, die Lautheit von Schallereignissen aus ihren Spektren zu berechnen. Diese Funktion ist wahrscheinlich ähnlich, aber doch verschieden von der Lautheitsfunktion.

1. Introduction

This paper is concerned primarily with the relation between changes in the loudness of sounds and the changes in the physical intensity producing them, as determined by methods of direct subjective judgment. From the practical standpoint, interest in this relation arises from a demand to express the loudness of sounds in the units of a scale taking account of the characteristics of hearing, and free from the arbitrariness of equivalent loudness scales, such as the phon scale. It also has important theoretical consequences. It has been suggested [1] for example that indirect methods, for instance the comparison of monaural and binaural sensations, or the loudness of tone-pairs in relation to the loudness of the components, may lead to a scale of loudness essentially the same as that derived by

direct judgments of ratio. The physiological hypothesis underlying this idea is the arithmetical additivity of component loudnesses, and on it rests a number of proposed methods for the calculation of loudness from objective spectrum analysis. The identification of the direct scale with one having the additivity property cannot, however, be assumed but must rest on experimental confirmation. A comparison of the scales of loudness obtained by direct and indirect methods is made in a later section.

Methods of direct estimation of relative loudness have been employed in various forms by at least 12 authors, and it is with the results of these and their apparent conflict that this paper is mainly concerned. The tests fall into two principal classes, ratio methods and absolute loudness estimations, though each type of test may be carried out by a

variety of procedures. Two principal reasons for the divergent results have been put forward, namely, the influence of test procedure on the process of loudness judgment, and the failure of observers to correlate their sensations accurately with the scale of numbers. GARNER [2] has described an experiment under extreme conditions in which different observers were persuaded to give results at the centres of various non-overlapping ranges of the stimuli, but it is clear that the constraints required to bring this result above were incompatible with the aim of deducing the loudness scale, and would have been rejected by investigators having this aim in view. Some new experiments have been carried out, in which substantial alterations in test procedure were deliberately introduced, corresponding to the sort of variations met with in the 12 investigations mentioned, rather than to "restrictive practices" such as were the object of GARNER's study. The experiments failed to show any substantial influence of the test procedure. In another context GARNER [3] has suggested that the scaling of loudness by a given observer may be consistent and yet differ from another observer's equally consistent results due to a failure to correlate sensation with number, and has shown that if the individual loudness scales are erected without the intervention of numerical judgment (this is done by the determination of equal loudness-intervals and equal loudness-ratios) the results for different observers appear more consistent with each other. GARNER's results, however, lack conviction, owing partly to the rather untypical results obtained by his group of observers, and also to some extent, to the sensitivity of his method to very small changes in the estimated bisection level of loudness intervals (see Appendix 1). The disparity between GARNER's results and others' is further aggravated when the deduced loudness scale units are reintroduced¹. Interpretation of GARNER's results also presents some difficulty, for two sounds may appear to his observers to stand in the loudness relation 2:1, yet he is able to infer that the "true" relation is 1.7:1. Can it be said that either of these figures is more valid than the other?

2. The experimental data and its treatment

With a few exceptions, the test procedures adopted by different workers differed in material ways,

¹ The general consensus of results is that a reduction of about 11 phons corresponds to a halving of the loudness sensation for sounds of moderate intensity. GARNER, however, obtained a value of about 17 by direct ratio estimations, but a still higher value, about 21, as the indirect result of the bisection and equal-ratio technique.

and in order to make a proper comparison, the various data have first to be presented in commensurate units.

Perhaps the most obvious difference between the investigations is the variety of sounds used as test material. In view of the divergence between the equivalent loudness relations for such sounds as low-pitched pure tones, white noise and speech, it cannot be expected that loudness scales based on decibel intervals will be the same for all. STEVENS [4] has proposed for practical purposes that the scale of loudness for sounds of 50 dB or above may be uniquely related to the sound pressure level provided a "spectrum parameter", characteristic of the sound to be measured, is added to the sound pressure level. However, this proposal is certainly not rigorous in the case, for example, of pure tones, owing to the nature of the equal loudness contours. It has previously been shown by the author [5] and is confirmed by experiments described in this paper that the scale relation between loudness and loudness level under fixed conditions of test is independent of the sound material, whereas the relation between loudness and sound pressure level is not. This result is a logical consequence of the experimental fact that loudness is a single-valued and measurable attribute of sounds. Fortunately, the relations between loudness level and sound pressure level are known with considerable accuracy for most of the test sounds used.

Some investigations present results for various test ratios, and with one exception the consistency within each investigation is satisfactory in this respect. In order to combine results for different ratios, use has been made of the fact that the variation of the phon interval for a given ratio is a relatively slow-moving function of the absolute level, in other words, the relation between loudness S and loudness level P may be expressed, for moderate ranges of level, by the equation $S = \exp(aP + b)$, where a and b are constants. The results of tests can thus be normalised without appreciable error in terms of an equivalent constant ratio, which is taken for convenience and without loss of generality to be the two-fold ratio. Thus, if a starting level of P phons requires an increment or decrement of ΔP phons to satisfy the criterion of r -fold loudness ratio, the equivalent two-fold interval is taken to be $\Delta P \log_2 r$.

Experimenters have found that the results for different test ratios are consistent in each of the domains $r > 1$ and $r < 1$ but not in both. This is clearly demonstrated by some of the data shown in Fig. 1, where, for convenience of simultaneous presentation, incremental values $\Delta_2 P$ are associated

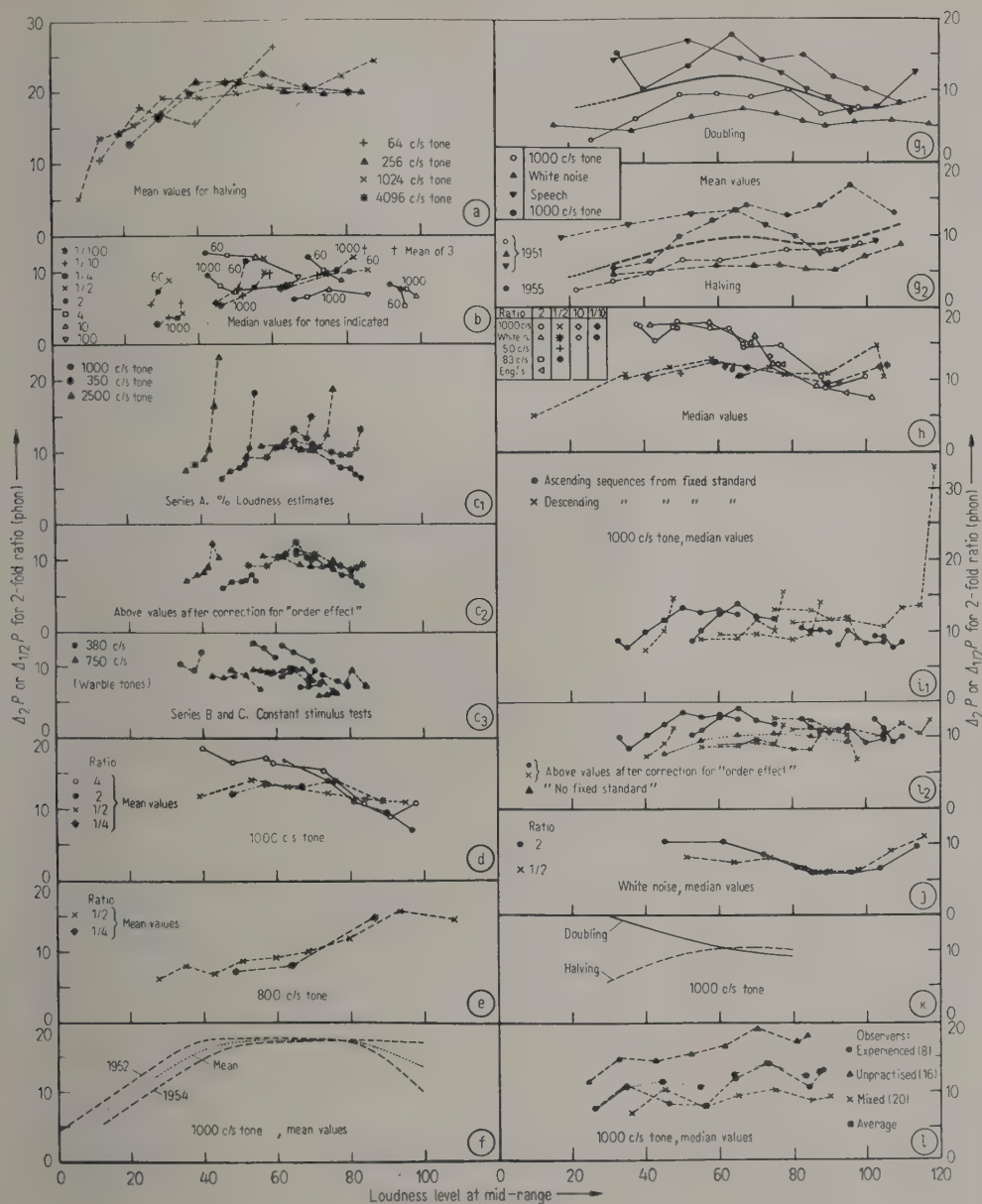


Fig. 1. Experimental data.

(a) LAIRD, TAYLOR and WILLE
(b) GEIGER and FIRESTONE
(c) HAM and PARKINSON
(d) RSCHVKIN and RABINOVITCH

(e) CHURCHER, KING and DAVIES
(f) GARNER
(g) POLLACK
(h) ROBINSON

(i) STEVENS
(j) POULTON and STEVENS
(k) QUIETZSCH
(l) STEVENS, ROGERS and HERRNSTEIN

with the centre of the range, namely $P + \frac{1}{2} \Delta_2 P$, and similarly decremental values $\Delta_{1/2} P$ with the level $P - \frac{1}{2} \Delta_{1/2} P$, the subscripts denoting the loudness ratio and P the initial level.

It is found that the original data from two of the investigations become substantially more uniform

when an allowance is made for a well-known effect associated with the order of presentation of sound stimuli. Briefly the effect is that, of a pair of sounds heard consecutively, the second appears relatively louder than it would if the sounds were presented in the other order. The "order effect" manifests itself directly in equal-loudness judgments and can

be eliminated by presenting the comparison sounds in random order. In loudness ratio estimations, on the other hand, the sounds are necessarily presented in the order indicated by the terms of the ratio and in consequence the operation of the "order effect" can only be indirectly inferred. Experimental data indicating the magnitude of the effect are presented later.

Fig. 1 shows some of the stages of reduction of the data to a consistent basis. The convention has been adopted of dotted lines connecting points representing fractional judgments and solid lines those representing multiple judgments. No significance attaches to the use of straight line segments joining successive points in a series except as an aid to clarity. For descriptions of the test procedure reference may be made to the original papers. The abscissa scale is to be interpreted as loudness level referred to the 1000 c/s tone. For the free-field determinations (iii) and (viii) below, it becomes the phon scale.

(i) LAIRD, TAYLOR and WILLE [6], Fig. 1 a

Data for loudness halving of tones of 64, 256, 1024 and 4096 c/s have been included, all except 1024 c/s having been corrected for equal-loudness contours².

(ii) GEIGER and FIRESTONE [8]

Values for 1000 and 60 c/s tones are given, the latter after allowing for the equal-loudness relation. The data for the 40-component complex tone are omitted owing to lack of information about the equivalent loudness. Fig. 1 b shows that the equivalent two-fold interval $- \Delta_{1/2}P$ or $+ \Delta_{1/2}P$ is systematically smaller the more remote the loudness ratio from equality; this is the only case in which different ratios show appreciable inconsistency.

(iii) HAM and PARKINSON [9]

Figs. 1 c₁ and 1 c₂ show the original data for HAM's and PARKINSON's tests normalised to equivalent values for a 2-fold ratio. The Fig. 1 c₁ refers to their experiments on direct loudness magnitude estimation in terms of a standard assigned the value 100. Values for 350 and 2500 c/s are included after correction for the equal loudness relations. Fig. 1 c₂ shows the same data after application of a correction for "order effect", from which it is seen that the consistency of the data in each sequence is substantially improved.

(iv) RSCHEVKIN and RABINOVITCH [10]

Fig. 1 d contains the normalised data of RSCHEVKIN and RABINOVITCH for ratios of 1/2, 2, 1/4 and 4 and illustrates the consistency of fractional and multiple judgments within themselves but not with each other.

² In this and similar cases, the pure-tone equal-loudness relations by ROBINSON and DADSON [7] were used.

(v) CHURCHER, KING and DAVIES [11]

Fig. 1 e shows their data for ratios of 1/2 and 1/4, after conversion of the original values for 800 c/s to the equivalent loudness at 1000 c/s.

(vi) GARNER [3], [12]

Fig. 1 f shows the results of experiments by GARNER in 1952 and 1954 on loudness halving, the mean of which is regarded as typifying GARNER's results.

(vii) POLLACK [13], [14], [15]

POLLACK has given loudness ratio data for speech, white noise and 1000 c/s tone, together with the relevant equal-loudness relations. The latter have been used to reduce the values to equivalent loudness and the transformed values are shown in Fig. 1 g₁ and 1 g₂ for doubling and halving respectively. In spite of some discrepancy between the results for the different sounds, the averages of the four determinations are remarkably smooth and exhibit the characteristic inconsistency between doubling and halving.

(viii) ROBINSON [14]

Fig. 1 h shows the author's data (1953) together with some values obtained for the purpose of the present study. Values for the 50 c/s and 83 c/s tones, the engine noises and the white noises are included after corrections for the known equal-loudness relations. The multiple/fractional disparity is again apparent.

(ix) STEVENS [16]

Fig. 1 i₁ shows the original data of STEVENS obtained by the method of direct loudness estimation. The uniformity of these data appears to be improved, as in the case of HAM and PARKINSON (iii), by the application of a correction for the order effect, notably in the removal of sharp discontinuities between the first and succeeding points in the descending sequences, as may be seen in Fig. 1 i₂. The values obtained by STEVENS' method of "no-fixed-standard" are included.

(x) POULTON and STEVENS [17]

They give values only for a white noise. In the absence of specific loudness data for the noise used by them, the conversion to equivalent loudness has been made using average values from three previous determinations, namely POLLACK [13], BRITAIN [18] and ROBINSON [5]. Fig. 1 j shows the data of POULTON and STEVENS after conversion to equivalent loudness at 1000 c/s. This investigation again provides a good example of the fractional/multiple anomaly.

(xi) QUIETZSCH [19]

The determination by QUIETZSCH was apparently incidental to another investigation and very few details are given. So far as it is possible to read Fig. 7 of QUIETZSCH's paper, the results of his doubling and halving tests are shown in Fig. 1 k.

(xii) STEVENS, ROGERS and HERRNSTEIN [20]

These experiments were based on attempts to repeat the values of LAIRD, TAYLOR and WILLE by reproducing

as far as possible the same conditions of test. As may be seen in Fig. 1 a the results of LAIRD, TAYLOR and WILLE are somewhat out of line. STEVENS, ROGERS and HERRNSTEIN were partially successful in repeating the experiment of LAIRD, TAYLOR and WILLE, the data shown in the upper curve of Fig. 11 being obtained when the conditions of LAIRD, TAYLOR and WILLE were closely copied. Under other conditions, STEVENS, ROGERS and HERRNSTEIN obtained the other two sets of results seen in Fig. 11. Apart from a scale factor, it would appear that the three sets are consistent in trend and for present purposes the average of the determinations, shown by the filled-in squares, has been adopted.

3. Preference for central levels of the variable stimulus

The persistent occurrence of the fractional/multiple anomaly has been noted by various authors but no convincing explanation has yet been offered. It operates in a manner consistent with the assumption that a true observation of loudness level change (i. e. a change differing only in sign for incremental and decremental values over the same range of sub-

jective loudness) is contaminated by a secondary effect inseparable from the usual test procedure and is consequently not directly observed. The secondary effect may be interpreted as a preference for central levels or as a subjective resistance to remote levels of the adjustable stimulus. It is interesting to note that in STEVENS' absolute loudness estimations employing the unusual method of "no fixed standard", the results are intermediate between those obtained

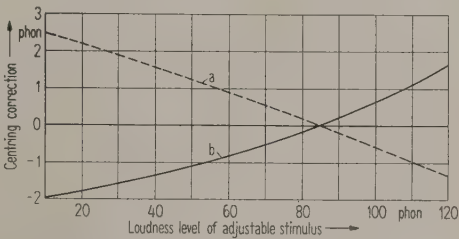


Fig. 2. Magnitude of the "centring correction"; curve a: decremental loudness judgments, curve b: incremental loudness judgments.

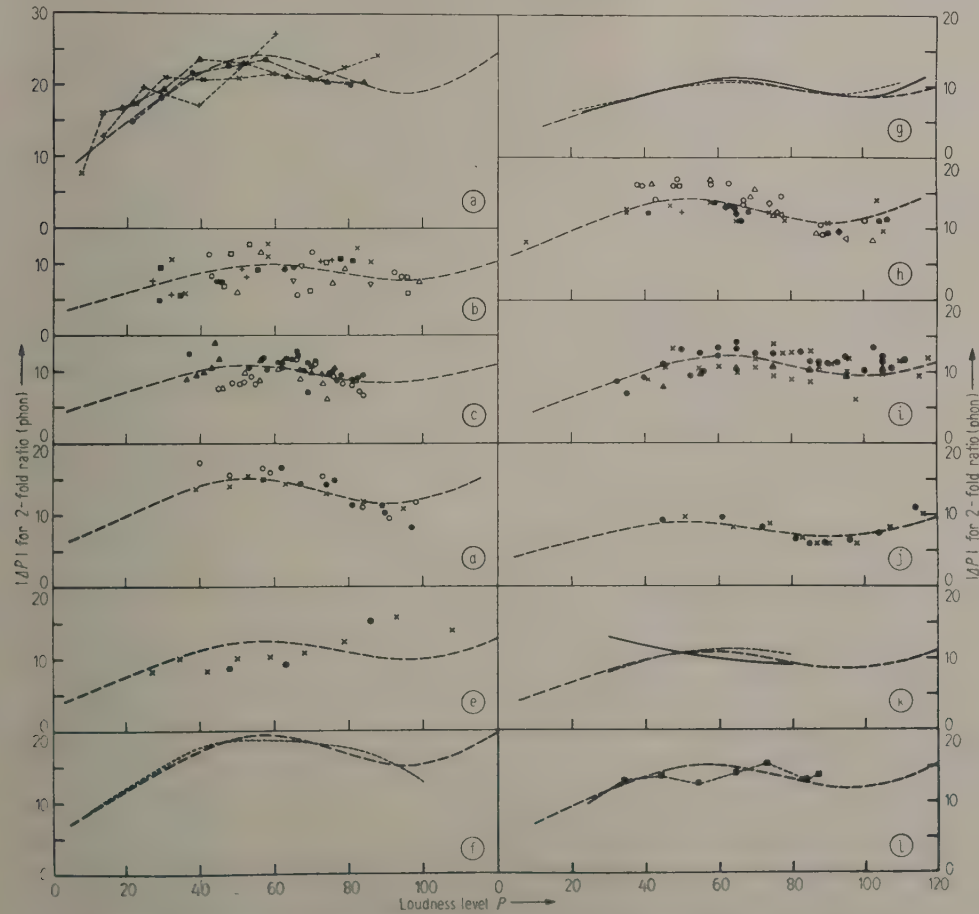


Fig. 3. The data after correction for "centring error". Note: For key see Fig. 1.

in incremental and decremental situations relative to standard reference levels, as illustrated in Fig. 1 i₂. Examination of the remaining data shows that the level of the adjustable stimulus satisfying the criterion of test may be regarded as being pulled towards a fixed value of 85 phons by an amount which is roughly proportional to the departure therefrom, as shown in Fig. 2. The fractional/multiple anomaly may be described as a "centring error". It is not the same as the "order effect" and apparently operates independently of it. The "order effect" tends to inflate all incremental values of ΔP and to reduce decremental values, whereas the "centring effect" operates selectively, depending on the absolute level.

The corrections shown in Fig. 2 have been applied throughout the data described, in order to present the values in a unified manner. This procedure does not, of course, explain away the effect, but permits a rational amalgamation of those determinations which contain values for either halving only, doubling only or a mixture. The various data, freed from the "centring error", are presented in Figs. 3 a - l.

4. Functional dependence of the increment on the loudness level

The data assembled in Fig. 3 enable some general deductions to be made about the shape of the function connecting P and ΔP . The investigations covering a wide intensity range, especially GARNER, POLLACK and ROBINSON, suggest that a maximum value of ΔP occurs at around 55 phons, and there is some evidence of a minimum at around 90 phons. Other investigations covering a more limited range, notably RSCHEVKIN and RABINOVITCH, POULTON and STEVENS, and LAIRD, TAYLOR and WILLE, show a marked conformity with these trends. Substantial differences in the magnitude of ΔP , however, persist. As will be seen later, these would be expected to appear in the form of variations in the ordinate values of the component parts of Fig. 3 while the functional dependence on loudness level would be similar throughout. In order to illustrate this, the values have been fitted in each case by smooth curves (shown as broken lines). These curves are all alike except for a multiplying factor on the respective ordinate scales, and a small adjustment in the position of the zero on the abscissa scale. The choice of the multiplying factors, the horizontal shifts, and the dependence on loudness level were governed by the fit of the curves to the data points shown, using a process of successive approximation. The curves represent the data very well in some cases, e. g., LAIRD, TAYLOR and WILLE, RSCHEVKIN and RABINOVITCH, POLLACK,

ROBINSON, and STEVENS, and in the others, except for CHURCHER, KING and DAVIES, they are as good a fit as the internal consistency of the individual investigations would demand. It is interesting to note that the fitting of the curves led naturally to horizontal scale shifts consistent with the mode of listening³. The shape of the curves is well defined over the central portion but the terminal portions are probably less reliable owing to the relative scarcity of data below 20 and above 110 phons.

The multiplying constants range from 1 to 2.7, the data of LAIRD, TAYLOR and WILLE requiring the largest factor. There appear, however, to be grounds [20] for excluding the values of LAIRD, TAYLOR and WILLE, and if this is done the variations amongst the remaining 11 investigations are reduced to a range of 2 to 1 in the multiplying factors. The cause of the variations within this range and the estimation of the most probable value are considered in later sections.

5. Some new experimental determinations

The various experiments described below were carried out with a view to providing information on the effects of alterations in the test procedure.

5.1. Influence of silent interval on the observed value of ΔP

Method: C.S.⁴ with randomised levels of the second tone; free-field listening; halving judgments for levels of the fixed tone 110, 70 and 40 phons and doubling judgments for levels of 90, 60, and 30 phons, a separate test session being devoted to each of the 6 reference levels. The period of silence between the reference and test tones was changed at random during the course of each test, generally avoiding consecutive pairs having the same time sequence. The mark period for both tones, however, was always 1.5 s. A clickless switch of 0.15 s time constant was used, and space periods were measured by the time interval between commencements of decay and build-up.

The results, which are shown in Fig. 4, were unexpected. It was found that values of $-\Delta_{1/2}P$ for halving decreased as the time interval increased, while values of Δ_2P increased, but to a lesser extent. The

³ Relative to the position of the curves fitting the data of HAM and PARKINSON and ROBINSON, for which the abscissa scale is phons, the average shift for POULTON and STEVENS, GEIGER and FIRESTONE, and CHURCHER, KING and DAVIES was 3 phons to the right and that for LAIRD, TAYLOR and WILLE, RSCHEVKIN and RABINOVITCH, GARNER, POLLACK, and STEVENS, ROGERS and HERNSTEIN was 5 phons to the right. These groups used binaural and monaural earphone listening respectively and the shifts are in the direction consistent with the fact that values in phons are less than the loudness levels for earphone listening.

⁴ Constant stimulus method. See reference [5] for a fuller description of the test procedure.

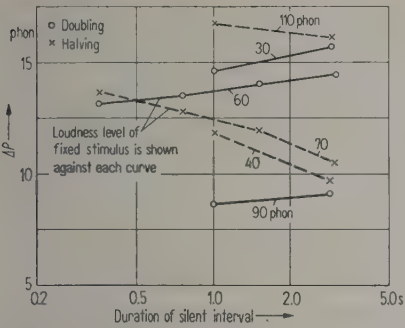


Fig. 4. Effect of silent period between stimuli in loudness ratio tests.

average variations were significant in a statistical sense and were well-marked and progressive with the time interval for many of the individual subjects. The observers generally remarked that they were unaware of any shift of judgment, though some found that the shortest and longest periods (0.3 and 3.0 s) tended to upset the rhythm of their judgments. Consideration of the trend of the results and a search for the possible origin of the observed variations prompted a further series of experiments (5.2).

5.2. Variations of the order effect with silent interval and loudness level

As has been seen, the order effect in loudness ratio tests may only be demonstrated indirectly, but inferences of its occurrence may be drawn from the manner in which the order effect varies with the silent interval and with the loudness level.

Direct estimation of the effect as a function of loudness level for the constant space period of 1.0 s is afforded by numerous data obtained by ROBINSON and DADSON [7] in the course of an investigation of the equal-loudness relations for pure tones. The average values at intervals of 10 phons in the loudness level are shown in Fig. 5 a. In allowing for the order effect in relation to data by HAM and PARKINSON, and STEVENS, various trial values were assumed. Those leading to the optimum improvement in uniformity are shown by the solid line in Fig. 5 a, which can be seen to follow the directly determined values fairly closely.

Some further equal-loudness tests by the constant-stimulus method were carried out to determine whether the order effect depended on the silent interval. The tones compared were (i) 1500 c/s at 75 dB and (ii) 1000 c/s at 80 dB, the reference tone being a 1000 c/s tone in each case. Listening was in free-field, the mark period of each tone was 1.0 s and the space period was set at random to 0.3, 1.0 or 3.0 s. The level of the reference tone and the order of presentation of the test and reference tones were also varied at random from judgment to judgment. The results are shown in Fig. 5 b, supplemented by some earlier data by the author for tones of 100 and 1000 c/s. It will be noted that the magnitude of the order effect diminishes as the silent period increases. It is greatest in the heterophonic comparison (1500/1000 c/s) but is still appreciable in the comparison of the 1000 c/s tone with itself. Neither of these situations corresponds exactly to the conditions of a loudness ratio test where the sounds, though of

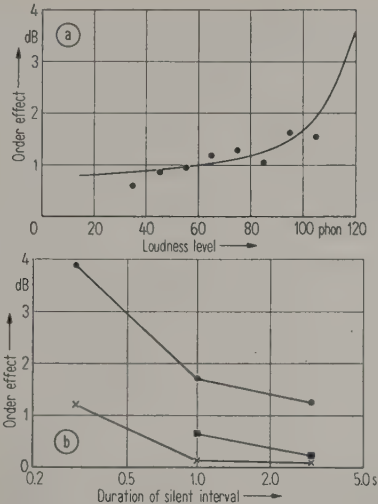


Fig. 5. (a) Variation of "order effect" with loudness level in constant stimulus equal-loudness tests with 1.0 second silent interval.

- curve used in applying correction to loudness-scaling data of HAM and PARKINSON [9] and STEVENS [16];
- Values due to ROBINSON and DADSON, based on equal-loudness tests with 1.0 second silent interval.
- (b) Variation of "order effect" with silent interval.
 - 1000/1500 c/s, 28 subjects, 75 dB,
 - × 1000/1000 c/s, 23 subjects, 80 dB,
 - 1000/100 c/s, 31 subjects, 85 dB.

the same character, are distinct in loudness. It seems reasonable, however, by comparing Figs. 4 and 5 b to conclude that here are two manifestations of the same effect. Thus, the variations in the loudness ratio tests observed with varying time interval are probably explained by the order effect, i. e. by an apparent change in the loudness of the second sound, and there is no evidence of a change in the ratio judgment itself.

5.3. Comparison of the methods of adjustment and constant stimuli

Reasons for preferring C.S. technique to the "Method of adjustment" have been argued in another place [5] and up till now all the author's data were obtained in this way. The method of adjustment (M.A.) has, however, been widely employed in various forms by other workers and it seemed desirable to demonstrate that the procedures are essentially equivalent even if not equally rapid or reliable. In the C.S. method, the observer has no control over the presentation of the stimuli. M.A., on the other hand, gives the observer control over the intensity of one of the tones by means of a knob covering an adequate range. Control of the order and durations of the stimuli may also be given to the observer (M.A. 1) or reserved to the experimenter (M.A. 2).

The method of adjustment, however, introduces a variable which does not occur in the randomised C.S. procedure, namely the gain/rotation characteristics of

the observer's knob. A series of M.A. tests was therefore carried out by 26 observers, their task being to determine the half-loudness level of a free-field 1000 c/s reference tone of 70 phons. Three knobs were provided having widely differing characteristics but each covering a total range of 40 dB:

- loudness roughly proportional to rotation,
- uniform decibel steps,
- a linear series rheostat.

Each observer made three judgments with each of the three knobs in cyclic order, first by the M.A. 1 procedure, and then on a separate occasion by the M.A. 2 procedure. The values obtained are shown in Table I, each entry being the median of 78 observations. No appreciable shift in the half-loudness level was found even in the case of knob c) which was very ill-conditioned in the neighbourhood of the typical setting.

Table I

Knob	Interval for halving (median value)	
	M.A. 1	M.A. 2
a)	10.1 phon	10.7 phon
b)	10.7 phon	11.4 phon
c)	10.2 phon	10.5 phon

Experiments were also carried out to provide a direct comparison with the results obtained by M.A. and C.S. procedure. Three tasks in the order below were given to 26 observers, and these were carried out at a single session.

- "doubling" a free-field 1000 c/s reference tone of 60 phons by the M.A. 1 procedure. The observers had a 3-position clickless switch giving the reference tone, the adjustable tone and silence respectively, and a knob giving loudness roughly proportional to rotation. Three adjustments were made for random "bias" settings of an independent attenuator set by the experimenter.
- as above but using the M.A. 2 procedure with a fixed sequence of presentation giving the reference and test tones alternately for 1.5 s separated by silent periods of 1 s.
- the same judgment carried out by the C.S. method with randomised levels. This was a control test, the same observers having already carried out the same determination in tests unconnected with M.A.

In a second test session, a similar procedure was followed for "halving" a 1000 c/s tone of 70 phons, except that on this occasion only one adjustment was made under a) and b).

The results, shown in Table II, require careful interpretation, and should be taken in conjunction with those of the halving tests with the three knobs described above. If the latter results are averaged for the three knobs, values of 10.4 and 10.9 are obtained by M.A. 1 and M.A. 2 respectively, whereas the corresponding values in the present tests (Table II) are 9.9 and 8.9. Analysis of the M.A. results disclosed a small but constant trend. The first in any set of similar adjustments gave a smaller value of $-A_{1/2}P$ or a larger value of A_2P than succeeding adjustments.

This is shown in Table III in which the results are divided up in order of performance. It would appear

Table II

Method	Median value of ΔP	
	Doubling	Halving
M.A. 1	11.9 phon*	9.9 phon+
M.A. 2	14.7 phon*	8.9 phon+
C.S.	14.4 phon	11.1 phon
Value expected by C.S. from previous data by same team	14.5 phon	11.9 phon

* Mean of three adjustments + Single adjustment

that single adjustments should not be relied upon in M.A. The values 9.9 phons and 8.9 phons in Table II are therefore probably subject to an upward correction of the order 1 phon. Taking this into account, there does not appear to be any systematic difference between the C.S. and M.A. results. The author is, however, confirmed in his preference for the C.S. method.

Table III

	1st adjustment	2nd adjustment	3rd adjustment	Drift
Doubling	13.9	13.1	12.8	-1.1
	1st adjustment	Average of 7 adjustm.	9th adjustment	
Halving	9.9	10.7	11.1	1.2

5.4. Ratio tests with low frequency tones

The following experiments were carried out to obtain confirmation that the changes of level for a given loudness ratio are independent of the type of sound when expressed in equivalent loudness units but not when expressed in decibels. Three tests with pure tones were carried out by the C.S. method, by 26 observers, at separate test sessions at intervals of some months. The time sequence used was: mark 2.0 s, space 1.0 s, in each case, and listening was in free-field. Low frequency pure tones were chosen as the test sounds because the slopes of their equivalent loudness/sound pressure level relations depart substantially from unity, and are moreover known with considerable precision [7].

Table IV

1	2	3	4	5	6
Frequency of sound (c/s)	Ratio	S. p. l. of standard tone (dB rel. 0.0002 dyn/cm ²)	Loudness level of standard tone (phon)	Change of s. p. l. (median of 26 observations) (dB)	Phon interval for 2-fold ratio ΔP
83.3	$\times \frac{1}{2}$	78.8	70.6	8.5	10.2
1000	$\times \frac{1}{2}$	79.6	79.6	11.6	11.6
83.3	$\times 2$	55.3	41.0	12.8	17.0
1000	$\times 2$	39.6	39.6	17.2	17.2
50	$\times \frac{1}{2}$	74.6	55.0	7.6	10.8
1000	$\times \frac{1}{2}$	52.6	52.6	11.6	11.6

The results are shown in Table IV. Alternate entries are data for the 1000 c/s tone obtained in 1953 by the same method, at roughly corresponding loudness levels, for a group consisting mainly of the same observers. Comparison of pairs of entries in column 5 for the 1000 c/s tone and the low frequency tones shows a considerable discrepancy in the decibel intervals, which is almost eliminated by the conversion to phon intervals, as shown in column 6.

5.5. *The comparison of the loudness of sounds separated by a long time interval*

In practical applications of the loudness scale, such as noise abatement, very long times may elapse between the sounds to be compared, and it is of interest to determine whether the scale relation determined with brief time lapses of the order of seconds maintains its validity over greater periods. In the present experiment 28 observers listened individually to a free-field reference tone of 1000 c/s at 90 phons for as long as they desired. Some five hours later they again listened to the 1000 c/s tone at a modified level and were asked to judge its loudness in relation to that heard before (14 of the observers heard 100 phons on the second occasion and the remainder 80 phons). Estimates in terms of a standard of 100 ranged from 90 to 200 for the first group (only one observer judging the change in the wrong direction), and from 95 down to 25 for the other group with no inconsistencies. Interpreting the combined results, the median observation was equivalent to a value of 15.1 phons for a 2-fold loudness change, with a standard deviation of 4.2 phons. It is encouraging to find that this experiment leads to a value comparable with those obtained under more usual laboratory conditions.

5.6. *The employment of unpractised observers*

QUIETZSCH [19] has argued that the only loudness ratio which can really be comprehended by listeners is 2 : 1, and that tests for other ratios are made in terms of doubling or halving with appropriate adjustments. It does not seem likely to the author that observers untrained in acoustics or mathematics would in fact proceed in this tortuous way if set a ratio task other than 2 : 1, but would use a more direct correlation with the cardinal numbers.

A group of unpractised subjects without previous experience of subjective tests or psycho-acoustics were set the tasks of (i) "multiplying" 1000 c/s tone by 10, (ii) "doubling" and (iii) "halving", in that order, in a single test session by C.S. procedure. The results are shown in Table V and suggest that initiation into loudness ratio testing by way of a more "difficult" ratio does not materially affect the result. The consistency of the 2-fold and 10-fold values should be noted.

Table V

Level of standard tone (phon)	Ratio	Phon Interval ΔP	
		Mean value for 10 unpractised observers	Value expected by interpolation of author's 1953 data
45	$\times 10$	49.3	46.9
60	$\times 2$	16.6	16.0
70	$\times 1.2$	9.7	12.0

None of the variations of test procedure introduced in the experiments just described brought about changes in the judgments of observers comparable in magnitude with the overall discrepancies between different observers or different investigations. To be conclusive, a very large investigation employing a fresh group of observers with each variant of the test procedure would be required, but from the results already obtained it seems more likely that an explanation of the differences is to be sought in another direction.

6. Statistical considerations

6.1. *The problem of weighting*

It has been shown by GARNER [12] and ROBINSON [5] that the variance in loudness ratio tests is dominated by the component due to differences between observers, while the error variance as estimated from repeated results is comparatively small, at least, under constant experimental conditions. The author has further demonstrated [6] an extremely high "concordance coefficient" between different observers' data as a function of intensity level, a result which indicates that there is general uniformity as to the form of the functional dependence of ΔP on P though not necessarily as to the absolute values of ΔP . Both these observations suggest that it is correct to weight the investigations in proportion to the number of observers taking part. Comparatively little is added by the repetition of tests, nor does the varying density of the data along the intensity scale make much difference.

6.2. *The problem of averaging*

The question of averaging the data arises at three stages, beginning with the conduct of individual tests, next, in the representation of the data for the various groups, and finally in relation to the data as a whole.

Of the various factors which may affect the result of an individual test, one, the centring error, has already been allowed for. Another is the order effect. It has been shown how an allowance for this aids the presentation of some of the data. In other cases, however, its effect on the data would be equal and opposite in respect of incremental or decremental changes of loudness. It is equivalent to a translation of the correction curves for the centring effect, decreasing somewhat the loudness level at which they would intersect. The result, so far as the fit of the curves to the data points of Fig. 3 is concerned, would be negligible. Another factor concerns the spacing of the levels of the variable stimulus. As has been shown, strong variations in the "feel" of the control in MA make little difference to the result obtained.

Equally, in C.S. tests with random levels, it is immaterial what levels are used provided an adequate range is covered in random steps sufficiently numerous. In determining the transitional level from the test record, however, it is in principle necessary to take account of the scale in which the judgments are recorded. The range of uncertainty in practice, however, is only of the order 3 dB for a 2-fold test, and frequently less. Consequently very little error will result from taking the centre of the uncertainty range in whatever units it is expressed. Allowing for these factors, the conversions to a common ratio, to equivalent loudness units and to a common zero for the scale of loudness level, it appears that one has gone as far as possible towards the elimination of systematic effects from the original data.

Various statistics have been used to specify the "average" values for a group. HAM and PARKINSON, RSCHVKIN and RABINOVITCH, GARNER and POLLACK use the arithmetic mean of decibel values, while CHURCHER, KING and DAVIES, GEIGER and FIRESTONE, ROBINSON, POULTON and STEVENS, and STEVENS, ROGERS and HERRNSTEIN give both mean and median. For loudness estimation type tests, HAM and PARKINSON give the arithmetic mean of loudness values, while STEVENS gives only the median. The data of QUIETZSCH are treated in an unspecified manner while LAIRD, TAYLOR and WILLE alone give original data. In view of the relatively large dispersions, the units in which the values are averaged becomes important. For example, distributions of ΔP values are usually skewed towards the high values. If the values were expressed in linear sound pressure units the distributions would be entirely different. In terms of sound power units they would be different again. Since objective scales of the strength of sounds take no account of the characteristics of hearing, the use of any one is as arbitrary as the use of any other. It seems clear therefore that the averaging of group data should take account of the characteristics of hearing, even if somewhat conventionally, in order to define a unique value. One such proposal is embodied in a method recommended for some purposes by STEVENS [21]. This consists of an iterative process by which the observed values are converted into loudness units using a trial function, averaged arithmetically, and the resulting average used to estimate a second approximation to the function, and so on. The procedure, however, is strictly applicable only to repeated results by a single observer, since it assumes a common loudness function for all the observers, a proposition which is not experimentally confirmed and is, of course, inherently unobservable as regards absolute scale numbers. Moreover, for a reason which will appear later, STEVENS' method lacks generality and this restricts

its usefulness. If applied, for example, to identical sets of ΔP values, one representing "doubling" and the other "halving" intervals, STEVENS' procedure leads to two distinct average values. This would imply that the group values for "doubling" and "halving" were not consistent although the values for every one of the individuals were. It is useful to consider what general principles should guide the choice of averaging method, or even, in fact, whether what is required is an averaging process at all. The use of averages is properly applied to a set of values consisting of a common "true" value contaminated with variable errors, and the averaging process is aimed at separating the true value from the error. If, however, one has a set of numbers of which it is known that the errors are less than the deviations from a central value, a different situation exists. Averaging such a set of inherently different numbers is necessarily an arbitrary process; a more logical procedure is to nominate a typical member of the set, for example the modal or the median value. The conclusions already arrived at in this paper might suggest that this is the situation in regard to loudness scales for different observers, but another, interpretation is possible, namely that unpractised observers start with an equal probability of arriving at the same judgment but owing to the imprecision of the subjective estimation of ratios this common judgment is subject to a random error. Judgments once arrived at, however, seem to be adhered to by the individuals, and thereafter may be regarded as a set of inherently different numbers in the sense discussed above. The median value is evidently to be preferred on any interpretation as this has the property of invariance under all monotonic transformations of the variate. A knowledge of the median value alone, however, is insufficient to permit an interpretation of the causes of the variance.

Similar considerations apply to the results of the investigations considered as a whole, but the determination of the grand median ideally requires a knowledge of all the individual values, and these are not available. Statistical information is lacking or scanty in some cases. Fortunately GEIGER and FIRESTONE, LAIRD, TAYLOR and WILLE, GARNER, and POULTON and STEVENS give sufficient data, which, together with the author's original values, enable a reasonable estimate of the shape of the frequency distribution occurring in loudness ratio tests to be made, from which some interesting conclusions emerge.

Table VI shows five determinations chosen as an example of the procedure. It fortunately happens that these five sets are not only comparable with each other as to ratio and absolute loudness level, but are also typical of their respective investigations

Table VI

Experimenter	Ratio	Source of sound	Reference level	Number of observers	Statistical data available
LAIRD, TAYLOR and WILLE	$\times \frac{1}{2}$	1024 c/s	60 dB	10	Original values
GEIGER and FIRESTONE	$\times \frac{1}{2}$	1000 c/s	55 dB	44	Mean, median, max. and min. values, average deviation
ROBINSON	$\times \frac{1}{2}$	1000 c/s	53 phon	25	Original values
GARNER	$\times \frac{1}{2}$	1000 c/s	60 dB	18	Mean, spread, standard deviation
POULTON and STEVENS	$\times \frac{1}{2}$	White noise	50 dB	36	Mean, median, standard deviation

(for example, the median of the group of GEIGER and FIRESTONE is 0.94 times the mean value, while the average value of this factor for the whole of their determinations is 0.92. The corresponding figures for POULTON and STEVENS are 0.88 compared to 0.90, and those for ROBINSON 0.99 compared to 0.98). Assuming the distributions to be unimodal it was possible to reconstruct the histograms for POULTON and STEVENS, GARNER, and GEIGER and FIRESTONE in a fairly determinate manner, while those for ROBINSON, and LAIRD, TAYLOR and WILLE are available from the original data. The five distributions are shown in the form of smooth curves in Fig. 6, the areas under them being proportional to the weight of the observations. The distribution of the sum has the shape of the dotted curve, and shows a fairly large positive skewness.

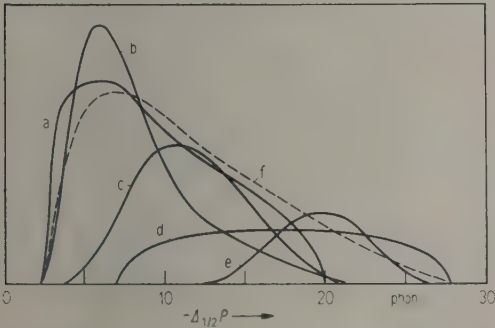


Fig. 6. Reconstructed frequency distributions for "halving" experiments at approx. 60 phons.
Curve a: GEIGER and FIRESTONE [8], $n=44$,
Curve b: POULTON and STEVENS [7], $n=36$,
Curve c: ROBINSON [14], $n=18$,
Curve d: GARNER [3], [12], $n=18$,
Curve e: LAIRD, TAYLOR and WILLE [6], $n=10$,
Curve f: Pooled data with scale factor adjusted for $\sum n=50$.

7. Transformation of the variate scale

A non-normal distribution of ΔP values would be expected on general grounds. For example, what-

ever variations may occur between observers, one would never obtain both negative and positive values in the same experiment, for this could only result from a gross confusion of augmentation and diminution of loudness relative to a standard. The value $\Delta P=0$ is clearly a limit point. Another limit is set by the threshold of hearing or pain depending on the direction of the experiment but, except for tests at rather extreme reference levels, these constitute a practical rather than an inherent restriction of the possible range of ΔP . The existence of an end point of the distribution at $\Delta P=0$ suggests the logarithmic transformation $x=\log|\Delta P|$. This relation satisfies the desired criterion of invariance with reversal of the sign of ΔP and as will be seen, it permits of a simple interpretation in terms of random errors. Fig. 7 shows the distribution curves for the data of Table VI transformed to the x -scale and it may be seen that their total is approximated, except for the extreme high values, by a normal-error curve. By calculating χ^2 it was found

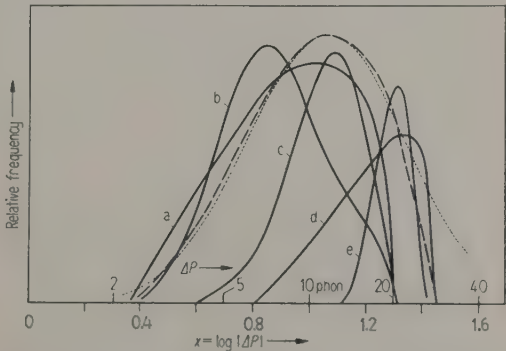


Fig. 7. Experimental frequency distribution curves transformed into the scale $x=\log|\Delta P|$.
--- Distribution of the pooled data (with arbitrary scale reduction),
..... Normal error distribution;
Curve a: GEIGER and FIRESTONE [8],
Curve b: POULTON and STEVENS [17],
Curve c: ROBINSON [14],
Curve d: GARNER [3], [12],
Curve e: LAIRD, TAYLOR and WILLE [6].

that the data of GEIGER and FIRESTONE, POULTON and STEVENS, and ROBINSON could be regarded with reasonable probability as samplings from the normal-error distribution. The probability that GARNER's data also represented a sampling from this distribution could not be excluded (the significance level was between 0.02 and 0.01) though it would be fair to say that it is not a likely *random* sample. Thus, in spite of the apparently large disparities between the determinations, they are not as exclusive as they look at first sight. Moreover this argument is supported by examining the individual distributions. The POULTON and STEVENS distribution is positively skewed and lies generally to the left whereas that of GARNER is negatively skewed and lies to the right. This is what would be expected if, in sampling from a normal distribution, it so happened that the sample mean departed one way or the other from the grand mean. It would, however, indicate some lack of randomness in the samples, and at least one way in which a bias may have entered is suggested by the following consideration. The experimental data do not extend beyond ΔP values of about 28. At the other end a value as small as 2.3 is quoted (GEIGER and FIRESTONE). A corresponding value at the high end would be very large in the scale of phon intervals and if obtained it would probably have been ruled out as anomalous. RSCHEVKIN and RABINOVITCH actually separated their results into those for "normal observers" and those for two with "reduced sensitivity" and rejected the latter. Fig. 8 shows the normal-error distribution in the x -scale transformed back into loudness level intervals ΔP and shows the tail extending into the region of RSCHEVKIN's and RABINOVITCH's rejected values (28.5). Thus, these may have been admissible after all. The author has met with the same experience, one or two values exceeding 30 phons having been observed on occasions.

Fig. 8 also illustrates the same distribution transformed into loudness units (with the arbitrary assumption that 10 phons corresponds to a 2-fold ratio of loudness). Two distributions result depending on the sign of ΔP . In the case of decremental values the distribution assumes a form not unlike the original Gaussian curve and illustrates the case of successful application of STEVENS' averaging process. However, as he and POULTON remark, when ΔP is positive the distribution becomes more skewed than before.

It is logical to seek an interpretation of the transformation $x = \log |\Delta P|$, which converts the experimental data to the normal distribution, by enquiring into the nature of the "errors" which are so distributed. To the extent that the logarithm of the loudness is a linear function of the loudness level,

the transformation is formally equivalent to $x = \log |\ln r|$ where r is the task ratio of the subjective judgment. For if one considers a ratio test with r as the ratio and S_0 as the loudness of the reference sound, then

$$\ln S_0 = aP + b,$$

$$\ln(r S_0) = a(P \pm \Delta P) + b$$

whence

$$|\ln r| = a |\Delta P| \quad \text{or} \quad \log |\ln r| = \log |\Delta P| + \text{constant}.$$

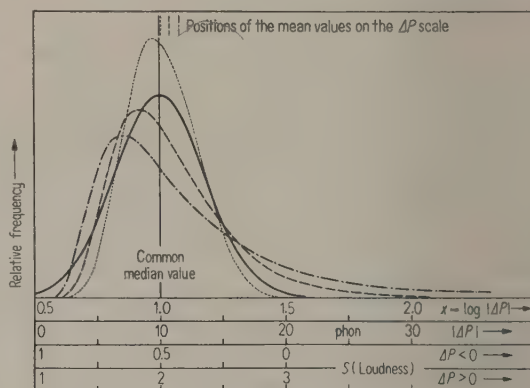


Fig. 8. Transformations of a variate, normally distributed in the x -scale.

- Normal-error distribution with mean 1.0 and standard deviation 0.2 in the x -scale,
- - Same distribution transformed into the scale of ΔP ,
- Same distribution transformed into a scale of loudness numbers S with $\log S = 0.0301 P + K$, for $\Delta P < 0$ and $\Delta P > 0$ respectively.

Scales are arbitrarily aligned at the common median value corresponding to 2-fold ratio.

The exponential relation is not exactly true nor is the experimental distribution exactly normal in terms of $\log \Delta P$, but neither of these approximations necessarily excludes the possibility that $\log |\ln r|$ is distributed according to the normal-error law, and it is interesting to consider the implications of such a relation.

Let us assume that the error in subjective assessments of loudness ratio is mainly confined to errors in the introspective judgments of the numbers assigned to the ratio, whilst the physiological factors are fairly constant for different observers. Apart from secondary effects it is experimentally observed that values of ΔP for individual observers differ only in sign for a given task ratio and its reciprocal, and the values ΔP for different values of r are equally consistent with each other whether one considers two ratios larger than unity, say, or their respective reciprocals. The term $|\ln r|$ takes these

factors into account since its value is unchanged if $1/r$ is written in place of r . The discrimination of loudness ratio which an observer can make is not, however, directly measured by a quantity of this type as can be seen, for example, by considering the pairs of ratios (1:1), (1:2) and (1:10), (1:20) which are equidistant as measured by $|\ln r|$. Subjectively these pairs of ratios are not equidistant. It is undoubtedly easier to distinguish in one's mind between pairs of stimuli satisfying the criteria of "equality" and "doubling" than it is to distinguish between the remoter ratios even though one of these is twice the other. The number "20" would have to be much further away from "10" for the 4th ratio to be as distinct from the 3rd as doubling is from equality. It seems more likely, in fact, that sensation ratios are equidistant when they stand in the same power relationship, i. e. when they are separated by constant values of $\log |\ln r|$. Measured in this way, the ratios (1:2), (1:4) are as distinct from each other as the ratios (1:10), (1:100) and much more so than the ratios (1:10), (1:20) of the previous example. If this interpretation is correct one concludes that the experimentally observed normal distribution in the x -scale is due to the operation of random error in the judgment of subjective ratios. Supporting evidence is provided by a considerable amount of data on the relative dispersion in tests at different task ratios, notably by HAM and PARKINSON, GEIGER and FIRESTONE, and ROBINSON. The argument rests on the observed close proportionality between the values ΔP and the standard deviations in ΔP -units if a small and constant component of the observed variance⁵ values is first subtracted, representing presumably the instrumental errors, inherent differences in the hearing mechanism of different listeners, and the finite value of the differential intensity threshold.

8. Assessment of the most probable form of the loudness function

The foregoing arguments suggest that the experimental distributions of ΔP values are samples of a variate normally distributed in the x -scale. A value typical of the respective investigations has already been determined, namely the multiplying constant required to produce the best fit of the broken lines in Fig. 3. Under the logarithmic transformation this quantity is distributed in the same way as $\log |\Delta P|$ differing only by an additive constant. The distributions already analysed had an r.m.s. standard deviation of 0.18 in the x -scale, and this value was tenta-

tively attributed to the remainder of the data. 12 distribution curves were then drawn, with areas proportional to the weight of the observations and median values estimated from the logarithm of the multiplying constants with an adjustment in cases where the curve-fitting was to mean values. The summed distribution closely resembled the normal error form with a standard deviation of 0.2, this value conforming with the calculated variance (compounding the variance within investigations, 0.18^2 , with that between the median values of the investigations, namely 0.10^2 , the overall standard deviation should be $(0.18^2 + 0.10^2)^{1/2} = 0.21$). It is important to note that of the total variance, about 80% occurs within the investigations, a fact which puts the apparent discrepancies between investigations in a more favourable light.

Over much of the intensity range there are more than 250 observations contributing to the total so that fairly narrow limits can be set on the median value of x in spite of the spread of the original data. A final assessment of the data, expressed in terms of P and ΔP , is shown in Fig. 9. Confidence limits are shown for the 0.001 significance level, justifying a high degree of reliance on the assertion that the function lies within the band. Owing to the relative scarcity of data at the highest and lowest levels and the fact that judgments in these regions are attended by special difficulties, the limits are omitted towards the ends of the curve.

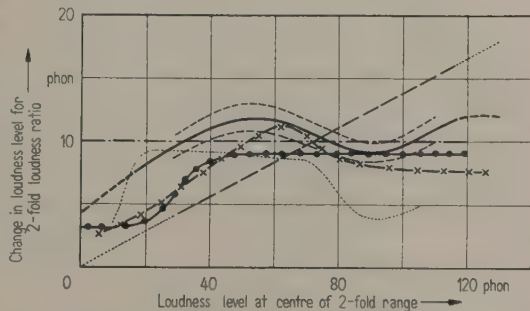


Fig. 9. Interval for half or double loudness expressed in terms of equivalent loudness in phons.

- Value arrived at in this paper, with 99.9% confidence limits,
- - - STEVENS' proposed approximation,
- · - - CHURCHER 5th power law, $S = P^5 \cdot 10^{-8}$,
- x - x - Former American Standard Z. 24. 2 (1942) (from the table by GEIGER),
- · · KNAUSS' formula $S = I(10^{-5/2} I + 1)^{-2/3} \cdot 10^{-3}$, GATES' function.

Some other forms of the ΔP -function which have been in vogue at different times are also shown on Fig. 9 for comparison. Fig. 10 shows the function as it would appear if referred to logarithmic units

⁵ Corresponding to a standard deviation of the order 2 phons.

of the sound pressure of a wide band white noise. It is interesting to note that in this form, which is perhaps rather less arbitrary than in terms of the equivalent loudness levels for the 1000 c/s pure tone, the function is somewhat simpler.

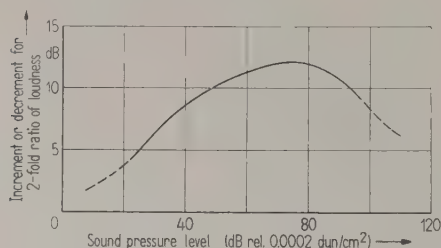


Fig. 10. Interval for half or double loudness expressed in terms of sound pressure levels for a wide-band white noise.

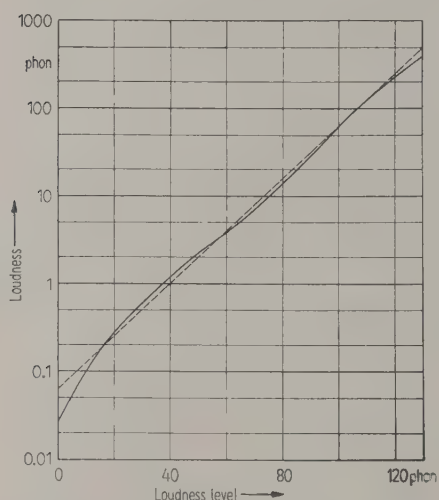


Fig. 11. Relation between loudness and loudness level;
— this paper,
--- proposal by STEVENS.

The deduced loudness function is shown in Fig. 11 in the conventional form and the corresponding values are given in tabular form in Appendix 2. It may be remarked that STEVENS' proposal [16] to adopt a constant value of 10 for the change of level accompanying a 2-fold loudness change leads to a loudness function differing only by ± 2.5 phons from the values arrived at in this paper, at least over the greater part of the range. It would, of course, be a remarkable coincidence if the true form of the ΔP -function were so simply connected with the phon scale in view of the arbitrary definition of the latter in terms of a particular pure tone. The data presented in this paper indicate fairly definitely that a 10-phon reduction is subjectively larger at a level of 90 phons than at 60 phons. For engi-

neering purposes, however, it may well be that the advantages of a simple logarithmic relation having a convenient mnemonic property should prevail against a more complicated expression. If this course is adopted it should be recognised as a convention rather than as a fundamental relation. It seems possible that theoreticians and research workers may find significance in the shape of the ΔP -function in relation to the mechanism of hearing. In this connection it is interesting to compare the function already arrived at with cognate values obtained by various indirect methods.

9. Comparison with the loudness function determined by indirect methods

Fig. 12 shows data obtained by FLETCHER and MUNSON [1] by the monaural/binaural method and by the combination-tone method using two equally loud component tones, together with that of POLLACK [13], [15] and of CAUSSÉ and CHAVASSE [22] by the monaural/binaural method for a variety of sounds. There is evidently substantial disagreement even in this field. Most of the values are lower than those corresponding to the ΔP -function obtained subjectively, and it appears improbable on this evidence that the functions are one and the same; on the other hand, the chain curve on Fig. 12, showing the unweighted average of these indirect determinations, is of the same general form as the ΔP -function of Fig. 9.

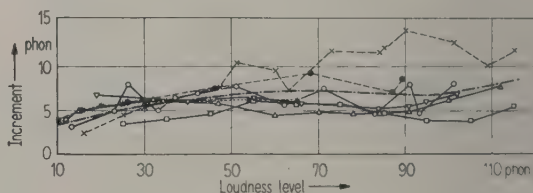


Fig. 12. Values obtained by indirect loudness-scaling methods.

Two-component tone method:

· FLETCHER and MUNSON, 125/1000 c/s and 1000/2000 c/s tones.

Monaural/binaural method:

* CAUSSÉ and CHAVASSE, 500, 1000 and 1500 c/s tones,

○ POLLACK, 1000 c/s tone (1951),

△ POLLACK, white noise (1951),

▽ POLLACK, speech (1951),

× FLETCHER and MUNSON, 125, 1000 and 4000 c/s tones,

□ POLLACK, 1000 c/s tone (1955),

--- Unweighted average of seven determinations.

Comparison of the ordinate values of these two average curves suggests that binaural loudness is about 1.6 times the monaural loudness for the same

stimulation, instead of double as has sometimes been supposed. A factor less than 2 is not, perhaps, unreasonable bearing in mind the possibility of mutual inhibition of neural responses. The value of 1.6, however, rests on the rather variable data presented in Fig. 12. There is one objective factor which would tend to produce low values of the loudness level increment in the binaural/monaural method, namely the inequalities of left- and right-ear acuity of the subjects. If, for any individual, this difference is large, it will result in a false value of the observed increment of binaural over monaural loudness. In practice, experimenters usually equate the ears by introducing compensating attenuation equal to the threshold difference. This may not be exactly equivalent to equalisation at supraliminal levels, but a study of the distribution of the difference of left and right ear thresholds for normal subjects has been made and indicates that even with totally unequalled ears the error from this cause averaged over a group of normal subjects would be much less than the departure of the monaural/binaural results from the subjective values of ΔP .

One of the curves on Fig. 9 is derived from the function proposed by GATES [23] for use in loudness computation. GATES' function was arrived at heuristically by comparing the subjective loudness of various complex sounds with the values computed from a scale assumed only to have the additivity property. It is not necessarily to be expected that his function will have the ratio property, and in fact the equivalent values of ΔP are considerably smaller than those obtained subjectively. Nevertheless, GATES' function, like the results of the indirect scaling methods, has some resemblance to the ΔP -function, which indicates that the summation of loudness is closely connected with, though perhaps not immediately deducible from the ratio scale of loudness. STEVENS [24] also has recently questioned the validity of the principle of arithmetical loudness additivity and has proposed a modified law of addition.

10. Conclusions

(i) Twelve previous determinations of the ratio loudness scale are compared after reducing the original data to commensurate terms, the necessary steps being: a) conversion of intensity scales into loudness levels, b) the reduction of values for tests with different loudness ratios in terms of the equivalent values for a common ratio, c) the application of a correction for an "order effect" which tends to enhance the subjective loudness of the last-heard of a pair of stimuli, d) the application of a common correction for a "centring effect" which operates in such a way as to inhibit judgments which would place

the adjustable stimulus towards the extremities of the intensity range.

(ii) The modified data are well fitted in every case but one by similar curves relating the change in loudness level for a given loudness ratio to the loudness level. The curves have the same functional dependence on the loudness level but vary in their ordinate scales. In form they show a maximum at 55 phons and a minimum at 90 phons.

(iii) The discrepancies between the results of different investigations are not believed to be explained by differences in the test procedures. Several experiments introducing such changes gave results that differed very little. A statistical study indicates rather that the larger part of the variance may be attributed to error in the introspective judgment of numbers expressing the loudness ratio.

(iv) The various data are averaged on the basis of a logarithmic transformation suggested by the statistical analysis. An assessment of the most probable value is made, the limits on which are fairly narrow owing to the large amount of data. It is considered that a simplified approximation to the result obtained would best meet practical requirements, and this would take the form that a 2-fold loudness change is equivalent to an interval of 10 phons in the loudness level.

(v) Results of various indirect determinations of the loudness scale show a trend similar to the subjective result. Binaural loudness is estimated to be 1.6 times the monaural loudness for the same stimulation. This suggests that the principle of arithmetical additivity of component loudnesses on which existing methods of loudness computation from spectrum analyses are founded may require some modification. Further work is in progress at the Laboratory which it is hoped will lead to the derivation of a loudness function suitable for this purpose.

Acknowledgements

The author wishes to acknowledge the co-operation of the staff of the Physics Division, National Physical Laboratory, who took part in the subjective experiments, and of Mr. L. S. WHITTLE, who carried out the greater part of the experimental work. The author is also indebted to Dr. S. S. STEVENS of the Psychoacoustics Laboratory, Harvard University, and to Dr. I. POLLACK of the United States Air Force for private communications and discussions on the subject. The work described has been carried out as part of the research programme of the National Physical Laboratory, and the paper is published by permission of the Director of the Laboratory.

Appendix 1

*Influence of experimental error
in the equal ratio/equal interval scaling method*

The essence of the equal ratio/equal interval procedure is the determination of loudness levels which divide a given range into equal arithmetic and geometric intervals of the sensation respectively. Since the derivation of a loudness scale depends on the relative positions of these levels, the result is rather sensitive to small errors. The error will be least in the case of the bisecting and geometric mean levels and somewhat greater in the case of subdivided intervals. If we assume, for simplicity, the approximate relation

$$\ln S = aP + b$$

in which P is the loudness level, S the loudness, and a and b constants, then for a pair of loudness levels,

$$P_0 \text{ and } P_1 = P_0 + \Delta P,$$

we have

$$S_0 = \exp(aP_0 + b),$$

$$S_1 = \exp(aP_0 + a\Delta P + b) = \exp(a\Delta P) \cdot \exp(aP_0 + b).$$

In the nature of the function assumed, the geometric mean of the sensation interval,

$$\sqrt{S_0 S_1} = \exp(\tfrac{1}{2} a \Delta P) \cdot \exp(aP_0 + b)$$

corresponds to the loudness level $P_0 + \tfrac{1}{2}\Delta P$. The bisector of the sensation interval is

$$\tfrac{1}{2}(S_0 + S_1) = \tfrac{1}{2} \exp(aP_0 + b) [1 + \exp(a\Delta P)]$$

and the corresponding loudness level is $P_0 + \alpha \Delta P$ where α is given by

$$\exp(a\Delta P) - 2 \exp(\alpha a \Delta P) + 1 = 0.$$

If $\Delta_2 P$ is the loudness level increment corresponding to a sensation ratio of 2 : 1 we have

$$a \Delta_2 P = \ln 2,$$

and the equation may be re-expressed in terms of the derived increment $\Delta_2 P$ in the form

$$2^{1P/\Delta_2 P} - 2^{(1+\alpha 1P/\Delta_2 P)} + 1 = 0.$$

Fig. 13 shows the solution of this equation in $\Delta_2 P$

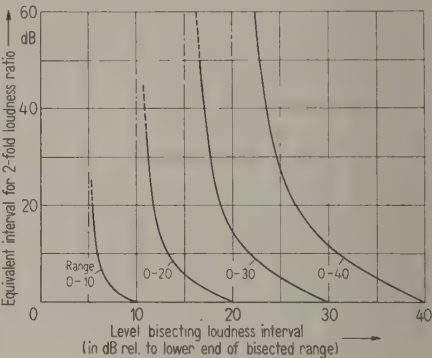


Fig. 13. Determination of loudness level increment for 2-fold loudness ratio from observed bisection levels;
--- Level corresponding to geometric means of loudness intervals.

Table VII

Loudness level (phon)	Relative loudness		Loudness level (phon)	Relative loudness		Loudness level (phon)	Relative loudness	
	This paper	Logarithmic approximat.		This paper	Logarithmic approximat.		This paper	Logarithmic approximat.
10	0.105	0.125	52	2.41	2.30	92	34.7	36.8
12	0.130	0.144	54	2.71	2.64	94	40.3	42.2
14	0.159	0.165	56	3.05	3.03	96	46.7	48.5
16	0.193	0.189	58	3.43	3.48	98	54.1	55.7
18	0.232	0.218	60	3.86	4.00	100	62.5	64.0
20	0.276	0.250						
22	0.329	0.287	62	4.37	4.59	102	72.0	73.5
24	0.386	0.330	64	4.94	5.28	104	82.7	84.4
26	0.451	0.379	66	5.60	6.06	106	94.5	97.0
28	0.523	0.435	68	6.35	6.96	108	108	111
30	0.604	0.500	70	7.21	8.00	110	123	128
32	0.696	0.574	72	8.23	9.19	112	139	147
34	0.796	0.660	74	9.43	10.6	114	157	169
36	0.909	0.758	76	10.8	12.1	116	177	194
38	1.03	0.871	78	12.4	13.9	118	199	223
40	1.17	1.00	80	14.3	16.0	120	224	256
42	1.32	1.15	82	16.5	18.4	122	251	294
44	1.50	1.32	84	19.1	21.1	124	280	338
46	1.69	1.52	86	22.1	24.3	126	313	388
48	1.90	1.74	88	25.8	27.9	128	348	446
50	2.14	2.00	90	29.9	32.0	130	388	512

for assumed values of ΔP of 10, 20, 30, 40 phons and for values of α running from 0.5 to 1. It may be seen, for example, that an error of only 0.5 phons in the position of the bisecting level of a 40 phon range would change the deduced value of $\Delta_2 P$ from 16.5 to 20 phons. Uncertainties of larger magnitude than this have been reported by GARNER [3] depending on the time sequence of presentation of the stimuli in equisection tests. Moreover, the proportionate error would be still greater the smaller the loudness level range, and greater for the 1/4, or 3/4 or other subdivided intervals than for the bisection point. This factor might be sufficient to account for the discrepancy between the subjective and "corrected" ratios in GARNER's tests.

Appendix 2

Table of loudness against loudness level

Table VII gives the relative loudness values deduced in this paper against the loudness level and corresponds to the full-line curve of Fig. 11. It was obtained by numerical integration of the reciprocal of the ΔP function of Fig. 9. Values of the loudness computed from the logarithmic approximation, by which a change of 10 phons corresponds to a constant loudness ratio of 2:1, are also shown for comparison. The unit of loudness defined as the sone is the loudness of a sound of loudness level 40 phons and this convention is adopted for the logarithmic approximation. Loudness values for the curvilinear relation have been adjusted by an arbitrary multiplying factor for best fit to the logarithmic relation.

(Received 22nd June, 1956.)

References

[1] FLETCHER, H. and MUNSON, W. A., J. acoust. Soc. Amer. 5 [1933], 82.
[2] GARNER, W. R., J. exp. Psychol. 48 [1954], 218.
[3] GARNER, W. R., J. acoust. Soc. Amer. 26 [1954], 73.
[4] STEVENS, S. S., J. acoust. Soc. Amer. 27 [1955], 815.
[5] ROBINSON, D. W., Acustica 3 [1953], 344.
[6] LAIRD, D. A., TAYLOR, E. and WILLE, H. H., J. acoust. Soc. Amer. 3 [1932], 393.
[7] ROBINSON, D. W. and DADSON, R. S., Brit. J. appl. Phys. 7 [1956], 166.
[8] GEIGER, P. H. and FIRESTONE, F. A., J. acoust. Soc. Amer. 5 [1933], 25.
[9] HAM, L. B. and PARKINSON, J. S., J. acoust. Soc. Amer. 3 [1932], 511.
[10] RSCHEVKIN, S. N. and RABINOVITCH, A. V., Rev. acoust. 5 [1936], 183.
[11] CHURCHER, B. G., KING, A. J. and DAVIES, H., J. Inst. Elect. Engrs. 75 [1934], 401.
[12] GARNER, W. R., J. acoust. Soc. Amer. 24 [1952], 153.
[13] POLLACK, I., J. acoust. Soc. Amer. 23 [1951], 654.
[14] POLLACK, I., J. acoust. Soc. Amer. 24 [1952], 323.
[15] POLLACK, I., Private communication, 1956.
[16] STEVENS, S. S., Amer. J. Psychol. 69 [1956], 1.
[17] POULTON, E. C. and STEVENS, S. S., J. acoust. Soc. Amer. 27 [1955], 329.
[18] BRITTAIN, F. H., J. acoust. Soc. Amer. 11 [1939], 113.
[19] QUIETZSCH, G., Acustica 5 [1955], Beiheft 1, 49.
[20] STEVENS, S. S., ROGERS, M. S. and HERRNSTEIN, R. J., J. acoust. Soc. Amer. 27 [1955], 326.
[21] STEVENS, S. S., Science 121 [1955], 113.
[22] CAUSSÉ, R. and CHAYASSE, P., C. R. Soc. Biol. 136 [1942], 405.
[23] GATES, B. G., J. Inst. Elect. Engrs. 81 [1937], 57 (discussion).
[24] STEVENS, S. S., J. acoust. Soc. Amer. 28 [1956], 807.

Corrections

R. CHOCHOLLE, La sensibilité auditive différentielle d'intensité en présence d'un son contralatéral de même fréquence. (Acustica 7 [1957], No. 2, pp. 75-83).

Les tableaux B et C de la page 79 doivent être rectifiés comme suit:

- Tableau B: Les colonnes 2 à 4 sont relatives aux essais à 10 dB au lieu de 40 dB. Les colonnes 8 à 10 sont relatives aux essais à 40 dB au lieu de 20 dB.
Tableau C: Les colonnes 2 à 4 sont relatives aux essais à 10 dB au lieu de 40 dB. Les colonnes 8 à 10 sont relatives aux essais à 40 dB au lieu de 10 dB.

A PROPERTY OF MULTI-TERMINAL ACOUSTICAL JUNCTIONS

by W. K. R. LIPPERT

Division of Building Research, Commonwealth Scientific and Industrial
Research Organization, Melbourne, Australia

Summary

The N -terminal acoustical junctions under discussion consist of a device with one input duct and $N-1$ non-reflecting output ducts, all of which have the same cross-sectional dimensions. A particular group of these junctions with the simplest possible impedance matrix is considered.

A general phase relation between the characteristic reflection and transmission factors of waves travelling across such loss-free acoustical junctions is derived, and its usefulness is demonstrated experimentally for two cases in which $N=3$.

In practice the required conditions of symmetry can be fulfilled for values of $N=2, 3$ and 4 but only approximately when $N>4$. The method can be applied to certain $2N$ -terminal electrical circuits and transmission lines, where instances exist in which $N>4$.

Sommaire

Les jonctions acoustiques à N terminaisons étudiées ici se composent d'un dispositif ayant un conduit d'entrée et $N-1$ conduits de sortie non réfléchissants, ayant tous les mêmes dimensions de section. On considère un groupe particulier de ces jonctions ayant la matrice impédance la plus simple possible.

On établit une relation générale de phase entre les facteurs caractéristiques de réflexion et de transmission d'ondes traversant de telles jonctions acoustiques sans pertes, et on démontre expérimentalement leur validité pratique pour deux cas où $N=3$.

Les conditions de symétrie nécessaires peuvent être satisfaites pour $N=2, 3$ et 4, mais d'une façon approchée seulement si $N>4$. La méthode peut être appliquée à certains circuits électriques à $2N$ terminaisons et à des lignes de transmission, des cas se présentant dans lesquels $N>4$.

Zusammenfassung

Die hier behandelten N -fachen akustischen Verzweigungen bestehen aus je einem Eingangsrohr und $N-1$ nicht-reflektierenden Ausgangsrohren, die alle die gleichen Querschnittsabmessungen haben. Es wird eine besondere Gruppe dieser Verzweigungen mit der einfachst möglichen Widerstandsmatrix behandelt.

Eine allgemeine Phasenbeziehung zwischen den charakteristischen Reflexions- und Übertragungsfaktoren für Wellen, die sich entlang solcher verlustfreier akustischer Verzweigungen ausbreiten, wird hergeleitet und ihre Nützlichkeit für zwei Fälle mit $N=3$ experimentell dargestellt.

In der Praxis können die erforderlichen Symmetriebedingungen für die Werte $N=2, 3$ und 4 erfüllt werden; aber nur angenähert, wenn $N>4$. Die Methode ist anwendbar auf gewisse $2N$ -polige elektrische Schaltungen und Übertragungsleitungen, bei denen auch Beispiele mit $N>4$ vorkommen.

1. Introduction

Little experimental or theoretical work has been reported on sound propagation in duct systems which are terminated by more than one (non-reflecting) output duct; in this paper such an arrangement will be called a multi-terminal acoustical junction.

The purpose of this paper is to show that a general phase relation exists between the characteristic reflection and transmission factors of a specific group of multi-terminal acoustical junctions. This phase theorem which will be derived below and demonstrated for two cases with three ducts, is applicable in analogous fields, e. g. in the filter theory of certain periodic structures of multi-terminal electrical circuits.

2. Electrical analogy for a multi-terminal acoustical junction

The N -terminal acoustical junctions which are considered in this paper have a number of specific features. There is an input duct and $N-1$ output ducts, all of which have hard and rigid walls and the same cross-sectional dimensions. Only one mode of wave is propagated along the various ducts, e. g. the principal mode or plane waves. Such one-dimensional cases of wave propagation can be treated by electrical analogy, e. g. by regarding the input duct as corresponding to an electrical transmission line and the acoustical junction as corresponding to a multi-terminal electrical circuit. Sound pressure and

volume velocity (that is, particle velocity multiplied by the cross-sectional area) at the various reference planes may be regarded as analogous to electrical voltage and current respectively at the corresponding circuit terminals and this analogy will be used in this paper.

Each reference plane of an acoustical duct corresponds, by analogy, to a two-terminal electrical circuit and a $2N$ -terminal electrical circuit is therefore analogous to an N -terminal acoustical junction. Such a circuit is shown schematically in Fig. 1 a, the electrical network between the various pairs of terminals being omitted.

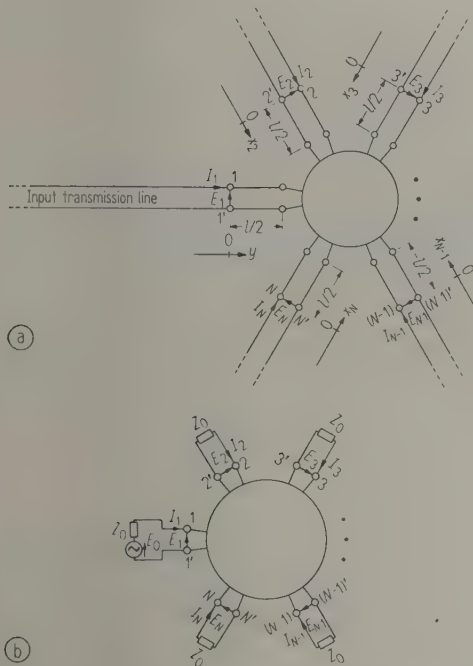


Fig. 1. (a) $2N$ -terminal electrical circuit terminated by non-reflecting transmission lines with the characteristic impedance Z_0 . Incident wave = $\frac{1}{2} E_0 \exp(-j 2 \pi y / \lambda)$. Outgoing wave = $E_m \exp(+j 2 \pi x_m / \lambda)$; $m = 2, 3, \dots, N$. (b) $2N$ -terminal electrical circuit equivalent to (a) with a generated voltage E_0 and supply and load resistances of value Z_0 .

The loss-free transmission lines connected to the N pairs of terminals in Fig. 1 a have the characteristic impedance Z_0 for waves of wavelength λ being propagated along them. The transmission line leading to the terminals 1 1' is called the input line and the other $N - 1$ lines at the terminals 2 2', 3 3', ..., $N N'$ are called output lines which are non-reflecting. The distance from 1 1' on the input line is specified by the co-ordinate y and the distance from 2 2',

3 3', ..., $N N'$ on the various output lines by the corresponding co-ordinates x_2, x_3, \dots, x_N as shown in Fig. 1 a.

If a wave represented by

$$\frac{E_0}{2} \exp(-j 2 \pi y / \lambda)$$

(where the time factor $\exp(j \omega t)$ is included in E_0 and in the following E_m) is incident on the input line there will be, in general, a reflected wave at the junction forming a standing wave on this line and there will be progressive waves

$$E_m \exp(+j 2 \pi x_m / \lambda)$$

with $m = 2, 3, \dots, N$ on the various output lines. A piece of transmission line $l/2$ in length at each pair of terminals has been included in the $2N$ -terminal circuit shown in Fig. 1 a to ensure that the voltages E_1, E_2, \dots, E_N at the various terminals are free of disturbances from other modes of waves.

The circuit of Fig. 1 a has been changed into the equivalent one of Fig. 1 b which is usually more convenient for computing purposes. These two circuits are equivalent as far as the voltages and currents at the various terminals are concerned, and the circuit of Fig. 1 b is obtained from that of Fig. 1 a by replacing the non-reflecting output lines by the loads Z_0 and the input line at the terminals 1 1' by a generator with the generated voltage E_0 (open circuit voltage of the input line at 1 1') and with the supply resistance Z_0 (cf. THEVENIN'S theorem).

3. The characteristic factors of multi-terminal junctions with the highest possible degree of symmetry

The $2N$ -terminal electrical circuit of Fig. 1 a or b can be defined in general by its linear relationships between the voltages and currents at the various terminals

$$E_\mu = \sum_{\nu=1}^N Z_{\mu\nu} I_\nu \tag{1}$$

where $\mu = 1, 2, \dots, N$.

The coefficients of these N equations form a square matrix which is called the impedance matrix of the $2N$ -terminal circuit.

For linear and passive $2N$ -terminal circuits for which the reciprocity theorem holds, as in the present cases, it has been shown that the following relation is valid [1]:

$$Z_{\mu\nu} = Z_{\nu\mu} \tag{2}$$

with $\nu \neq \mu$.

The impedance matrix of a completely asymmetrical linear and passive $2N$ -terminals circuit, therefore, has $N(N + 1)/2$ independent coefficients. A reduc-

tion of the number of independent coefficients occurs when the circuit possesses specific qualities of symmetry. If, for instance, the open-circuit input impedance (the ratio of voltage and current at the input terminals with all the other $N-1$ pairs of terminals open circuited) is the same if any one of the N pairs of terminals is taken as input, it can be shown from eq. (1) that

$$Z_{11} = Z_{22} = \dots = Z_{NN}. \quad (3)$$

In addition to the property leading to eq. (3), the symmetrical $2N$ -terminal circuits with which we are concerned in this paper have the property that if any one of the N pairs of terminals is taken as input, the output voltages (and currents) at the other $N-1$ pairs of output terminals have all the same value if all output terminals are equally loaded, e. g. by Z_0 . This reduces the number of independent coefficients of the impedance matrix to two, which may be called Z_{11} and Z_{12} , and eqs. (1) are simplified to

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + \dots + Z_{12} I_N \\ &\vdots \\ E_2 &= Z_{12} I_1 + Z_{11} I_2 + \dots + Z_{12} I_N \\ &\vdots \\ E_N &= Z_{12} I_1 + Z_{12} I_2 + \dots + Z_{11} I_N. \end{aligned} \quad (4)$$

A $2N$ -terminal circuit with an impedance matrix as shown in eq. (4) will hereafter be called highly-symmetrical.

The characteristic factors of a highly-symmetrical $2N$ -terminal circuit (or its corresponding N -terminal acoustical junction) are specified from the wave patterns on the transmission lines of Fig. 1a as follows: the characteristic reflection factor

$$R_{(N)} = A_{(N)} \exp(j \alpha_{(N)})$$

is the complex ratio of the voltages (or sound pressures in the acoustical case) of the reflected and of the incident waves at the input terminals 1 1'; the characteristic transmission factor

$$T_{(N)} = B_{(N)} \exp(j \beta_{(N)})$$

is the complex ratio of the voltages (or sound pressures) of the transmitted wave at the output terminals 2 2' (or 3 3' ... or NN') and of the incident wave at 1 1' if all output lines are non-reflecting.

The characteristic factors can also be related to the voltages shown in Fig. 1b (cf. [2]).

From

$$E_1 = \frac{E_0}{2} + E_R, \quad (5)$$

where $E_0/2$ is the voltage of the incident wave and E_R that of the reflected wave at 1 1', it follows that

$$R_{(N)} = 2 \frac{E_1}{E_0} - 1 \quad (6)$$

and

$$T_{(N)} = 2 \frac{E_2}{E_0} = 2 \frac{E_3}{E_0} = \dots = 2 \frac{E_N}{E_0}. \quad (7)$$

With the impedance ratios

$$z_{11} = Z_{11}/Z_0 \quad \text{and} \quad z_{12} = Z_{12}/Z_0 \quad (8)$$

and the relations

$$E_2/-I_2 = E_3/-I_3 = \dots = E_N/-I_N = Z_0 \quad (9)$$

and

$$E_0 - E_1 = Z_0 I_1 \quad (10)$$

of Fig. 1b the characteristic factors can be found in terms of z_{11} and z_{12} from eqs. (4), (6) and (7);

$$\begin{aligned} R_{(N)} &= \frac{(z_{11}-1)[z_{11}+1+(N-2)z_{12}] - (N-1)z_{12}^2}{(z_{11}+1)[z_{11}+1+(N-2)z_{12}] - (N-1)z_{12}^2}, \\ T_{(N)} &= \frac{2z_{12}}{(z_{11}+1)[z_{11}+1+(N-2)z_{12}] - (N-1)z_{12}^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

$$(12)$$

4. Magnitude and phase relation of the characteristic factors of loss-free highly-symmetrical junctions

A highly-symmetrical $2N$ -terminal circuit which has no resistances (excluding the various load resistances) and therefore no consumption of energy within the network connecting the N pairs of terminals is called loss-free, and is characterized by z_{11} and z_{12} being purely imaginary [1]:

$$\text{Re}(z_{11}) = 0 \quad \text{and} \quad \text{Re}(z_{12}) = 0 \quad (13)$$

(where $\text{Re}(w)$ means the real part of w). Applying this to equations (11) and (12) it can be shown that there exist two fundamental relations between the magnitude and phase values of $R_{(N)}$ and $T_{(N)}$ for any loss-free highly-symmetrical $2N$ -terminal circuit. The first relation is

$$A_{(N)}^2 + (N-1) B_{(N)}^2 = 1. \quad (14)$$

This is fairly obvious from energy considerations, as $A_{(N)}^2$ is proportional to the ratio of reflected to incident energy at the input terminals, and $B_{(N)}^2$ is proportional to the ratio of transmitted energy at each output terminal to the incident energy at the input terminals.

In addition, it yields:

$$\begin{aligned} \frac{R_{(N)}}{T_{(N)}} &= \frac{A_{(N)}}{B_{(N)}} \exp[j(\alpha_{(N)} - \beta_{(N)})] \\ &= \frac{z_{11}^2 + (N-2)z_{11}z_{12} - (N-1)z_{12}^2 - 1}{2z_{12}} \\ &\quad - \frac{N-2}{2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Since the first term on the right hand side is purely imaginary (eq. (13)), eq. (15) becomes

$$\operatorname{Re}\left\{\frac{A_{(N)}}{B_{(N)}} \exp [j\left(\alpha_{(N)}-\beta_{(N)}\right)]+\frac{N-2}{2}\right\}=0 \quad (16)$$

and this is equivalent to

$$\frac{A_{(N)}}{B_{(N)}} \cos \left(\alpha_{(N)}-\beta_{(N)}\right)+\frac{N-2}{2}=0 \quad (17)$$

or

$$\alpha_{(N)}-\beta_{(N)}=\pi \pm \arccos \left(\frac{N-2}{2} \frac{B_{(N)}}{A_{(N)}}\right) . \quad (17 a)$$

This is the other relation between the phase values of loss-free highly-symmetrical $2 N$ -terminal circuits.

Eq. (14) and (17) may be rewritten:

$$R_{(N)}=-\sqrt{1-(N-1) B_{(N)}^2} \times \quad (18)$$

$$\times \exp \left\{j\left[\beta_{(N)} \pm \arccos \left(\frac{N-2}{2} \frac{B_{(N)}}{\sqrt{1-(N-1) B_{(N)}^2}}\right)\right]\right\}$$

which shows that $R_{(N)}$ can be expressed in terms of $B_{(N)}$ and $\beta_{(N)}$ or by the magnitude and phase values of $T_{(N)}$.

For loss-free and symmetrical four-terminal circuits (or corresponding discontinuities in acoustical duct systems) where $N=2$, equations (14) and (17 a) are simplified to

$$A^2+B^2=1 \quad \text { and } \quad \alpha-\beta=\pm \pi / 2 \quad (19)$$

(leaving out the various subscripts 2 in brackets). These formulae have been derived and used previously [3], [4].

5. Examples

Instances of the type of acoustical junctions which are highly-symmetrical as defined above are shown in Fig. 2. There are two junctions (a) and (b) with $N=3$ and one (c) with $N=4$. Highly-symmetrical

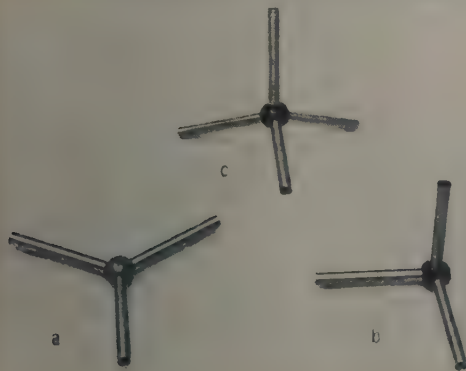


Fig. 2. Examples of highly-symmetrical multi-terminal acoustical junctions: (a) plane, 120° junction with $N=3$, (b) orthogonal junction with $N=3$, (c) tetragonal junction with $N=4$.

acoustical junctions with $N>4$ do not exist but the matrix conditions of eq. (4) can be approximated for certain junctions with $N>4$, which will not be elaborated here. The coupling system connecting the various ducts is represented by a hollow sphere in which the circular ducts are set so that there is complete symmetry and equivalency between any two of the ducts. In Fig. 2 a the axes of the three ducts are in one plane and meet at the centre at an angle of 120° ; in Fig. 2 b they join as three orthogonal co-ordinate axes at the origin; in Fig. 2 c the four axes are so arranged that points on each axis, equidistant from the centre, form the corners of a tetrahedron. These acoustical junctions are highly-symmetrical if the input and output reference planes on the various ducts are chosen so that they are all at the same distance from the centre. Other instances of highly-symmetrical junctions can be given, e.g. where the cross-section of the ducts is not circular or where the mechanical coupling system differs from a hollow sphere.

To check the theory of loss-free highly-symmetrical junctions given above, measurements of the characteristics factors were made with the type of junction illustrated in Fig. 2 a. A drawing of it is shown in Fig. 3 and a photograph in Fig. 4. This highly-symmetrical junction consists of an input duct with a square inner cross-section of 7.6 cm by 7.6 cm and brass walls 0.95 cm thick, and two similar output ducts branching off to the right and left at 120° . In the centre of the junction is a cylindrical brass obstacle with a diameter of 5.1 cm (2 in.) and the same

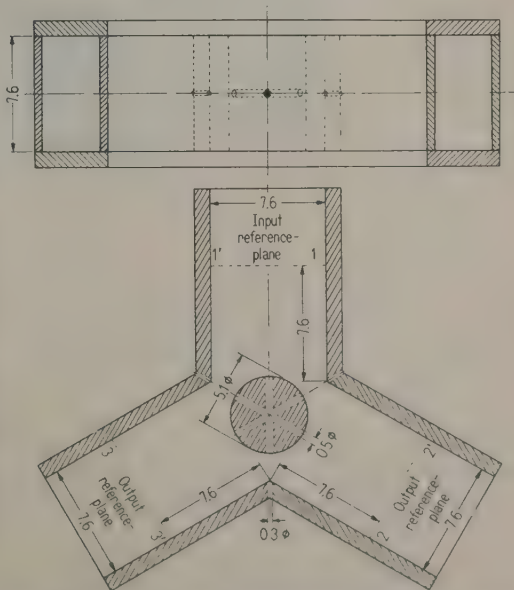


Fig. 3. Sketch of plan and elevation of the acoustical junction used in the experiment (measurements are in cm).

height (7.6 cm) as that of the duct walls. Holes (0.5 cm diameter) are drilled through the brass cylinder to permit passage of the probe tube along the duct axes. The cylinder can be removed as required.

For practical reasons the centre piece of the junction was made of hardwood with a wall thickness of

1.8 cm and was bolted to the input and output ducts where particular care was taken to ensure a good seal at the various joints. In Fig. 4 the top of the wooden part of the junction has been removed. Each output duct connected to the wooden part of the junction extends to a distance of 80 cm from the



Fig. 4. Photograph of the acoustical junction and probe tube microphone used in the experiments (top part of the junction removed).

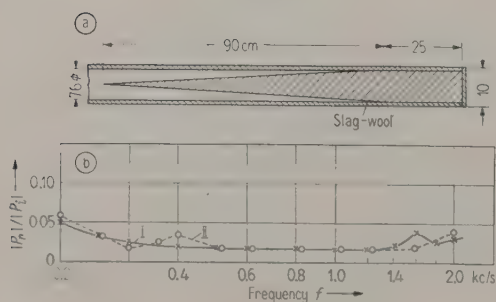


Fig. 5. (a) Sketch of non-reflecting terminal.
(b) Measured reflection factor plotted against the frequency of the non-reflecting terminals, I and II.

centre, where it is terminated by a non-reflecting cone made of slag-wool of which one was used in previous experiments [4] and the dimensions of which are given in Fig. 5 a. In Fig. 5 b the reflection factor $|P_r/P_i|$ (the magnitude of reflected over incident sound pressure amplitudes) of each of the two terminals is plotted against the frequency, which shows that in both cases the reflection factor is small (about 0.02) and similar in a wide frequency range.

6. Technique and results of measurements

For any highly-symmetrical junction the sound fields in the various output ducts must be the same

when a sound wave is generated in the input. This property was first checked with the junction described by probing the sound field along the axis of each output duct with a probe microphone through the holes in the walls, shown in Fig. 3 and 4 [4]. From measurements at a number of different frequencies it was found that the sound pressure magnitudes of the outgoing progressive waves were practically the same in both output ducts (measured differences < 3.5 per cent) and that places with equal phase of the sound pressure occurred at practically the same distance from the centre of the junction (measured differences < 1.0 mm). This result shows that any of the two output ducts can be taken for measuring the characteristic transmission factor as is required for a highly-symmetrical junction.

The characteristic reflection and transmission factors were then measured by probing the sound fields along the axis of the input and of one output duct, applying the method described elsewhere [3], [4]. The positions of the input and output planes of reference were arbitrarily chosen to be perpendicular to the axis of each duct and at a distance of 7.6 cm (width of the square cross-section) from the two corners of the corresponding duct.

The measurements were made at five frequencies, 400, 800, 1200, 1600 and 2000 c/s, with and without the cylindrical obstacle. As the measured junction belongs to the case $N = 3$ the characteristic reflection and transmission factors are called

$$R_{(3)} = A_{(3)} \exp(j \alpha_{(3)}) \quad \text{and} \quad T_{(3)} = B_{(3)} \exp(j \beta_{(3)}).$$

The measured values of $A_{(3)}$, $B_{(3)}$ and $\alpha_{(3)}$, $\beta_{(3)}$ are given in Table I and are plotted against the dimensionless factor $\Theta/\pi = 2a/\lambda$ in Fig. 6 a and b, where a is the width of the input and output ducts. The measured junction (with and without the cylindrical obstacle) is approximately loss-free because of the hard and smooth wall surfaces. Therefore, the meas-

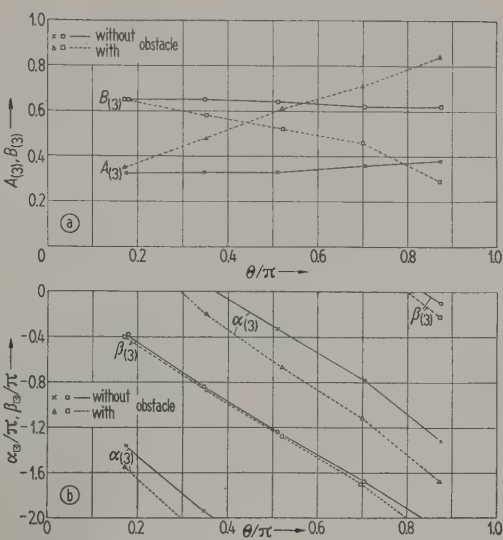


Fig. 6. (a) Measured magnitude values $A_{(3)}$, $B_{(3)}$. (b) Measured phase values $\alpha_{(3)}$, $\beta_{(3)}$. The values are plotted against the dimensionless factor $\Theta/\pi = 2a/\lambda$ for the two cases without and with the cylindrical obstacle.

ured characteristic factors should fulfil (or nearly fulfil) the relations of eqs. (14) and (17 a) which, with $N = 3$, read

$$A_{(3)}^2 + 2 B_{(3)}^2 = 1 \tag{20}$$

and

$$\alpha_{(3)} - \beta_{(3)} = \pi \pm \arccos \left(\frac{B_{(3)}}{2 A_{(3)}} \right). \tag{21}$$

The validity of these formulae was checked with the measured values given in Table I. At first, the left hand side of eq. (20) was computed and, as shown in Table I, it is close to the value of unity, proving that the junction is nearly loss-free. The last two columns in Table I give the measured and computed

Table I

f	λ	Θ/π	$A_{(3)}$	$B_{(3)}$	$\alpha_{(3)}/\pi$	$\beta_{(3)}/\pi$	$A_{(3)}^2 + 2 B_{(3)}^2$	$(\alpha_{(3)} - \beta_{(3)})/\pi$	$(\alpha_{(3)} - \beta_{(3)})/\pi$
c/s	cm						measured	measured	computed
Without obstacle:									
400	86.9	0.175	0.33	0.65	-1.36	-0.38	0.96	-0.98	-1.00
800	43.7	0.348	0.33	0.65	-1.94	-0.84	0.96	-1.10	-1.06
1200	29.7	0.512	0.33	0.64	-0.33	-1.24	0.93	+0.91	+0.92
1600	21.6	0.705	0.36	0.62	-0.78	-1.68	0.90	+0.90	+0.83
2000	17.4	0.875	0.38	0.62	-1.32	-0.10	0.91	-1.22	-1.20
With obstacle:									
400	88.4	0.172	0.35	0.65	-1.55	-0.40	0.97	-1.15	-1.12
800	43.1	0.352	0.48	0.58	-0.20	-0.87	0.90	+0.67	+0.67
1200	29.2	0.521	0.61	0.52	-0.67	-1.28	0.91	+0.61	+0.64
1600	21.7	0.700	0.71	0.46	-1.12	-1.70	0.93	+0.58	+0.60
2000	17.4	0.873	0.84	0.29	-1.68	-0.22	0.87	-1.46	-1.44

values of $(\alpha_{(3)} - \beta_{(3)})/\pi$; the computed values are derived from $A_{(3)}$ and $B_{(3)}$ using eq. (21). The measured and computed values agree well and demonstrate the practicability of both the magnitude and phase relations derived above.

7. Discussion

The phase relation of eq. (17) or (17a) reveals a property of loss-free highly-symmetrical junctions which is significant in related practical and theoretical problems. It has been used to derive eq. (18) which provides a general relation between the characteristic reflection and transmission factors. This relation is useful in acoustical measuring technique for checking the accuracy obtained if both factors have been measured, or for simplifying the experimental procedure by measuring one factor only and computing the other.

Although there are limitations in applying the theory in acoustical cases where $N > 4$, it can be shown that no such restrictions apply to $2N$ -terminal electrical circuits. Such electrical circuits with the required symmetry can be designed for any value¹ of N .

In previous work on sound propagation in acoustical four-terminal filters and ducts [4] the characteristic factors were shown to be accurately measurable and their particular usefulness was demonstrated in the filter theory of certain periodic structures which

¹ One way of obtaining highly-symmetrical $2N$ -terminal electrical circuits is by suitable combinations of a number of equal symmetrical four-terminal circuits. For example, this may be done by connecting the input and output transmission lines in Fig. 1a (or corresponding generator and loads in Fig. 1b) with one side of each of N symmetrical four-terminals, and circuiting the remaining sides of all four-terminals in parallel. In another instance it may be done by connecting $N(N-1)/2$ symmetrical four-terminal circuits in such a way that one is always circuitied directly between any of the N pairs of terminals of Fig. 1a or b.

include duct portions connected in cascade at the input and output of each section [5], [2]. Following the argument of these former results the phase relation (eq. (17a)) and eq. (18) will also be helpful in the filter theory of similar n -sectional (single- or multi-connected) periodic structures of the multi-terminal junctions (or analogous electrical circuits) considered here.

Loss-free multi-terminal junctions or electrical circuits with the highest possible degree of symmetry as specified above are the exception rather than the rule in practical applications. However, the present method and results are of significance in the fundamentals of acoustics and applicable in similar cases of one-dimensional wave propagation in other fields of physics.

8. Conclusions

Magnitude and phase relations between the characteristic reflection and transmission factors of highly-symmetrical and loss-free multi-terminal acoustical junctions have been derived. These relations constitute an extension to those given previously [3] for symmetrical and loss-free discontinuities in acoustical ducts, and can be applied in other fields of analogous cases of one-dimensional wave propagation, e.g. on electrical transmission lines and in multi-terminal circuits.

(Received June 15th, 1956.)

References

- [1] CAUER, W., Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. Akad. Verlagsges., Leipzig 1941.
- [2] LIPPERT, W., New filter theory of periodic structures. Wirel. Engr. **32** [1955], 260–266 and 305–310.
- [3] LIPPERT, W., A method of measuring discontinuity effects in ducts. Acustica **4** [1954], 307–312.
- [4] LIPPERT, W., The measurement of sound reflection and transmission at right-angled bends in rectangular tubes. Acustica **4** [1954], 313–319.
- [5] LIPPERT, W., A new method of computing acoustical filters. Acustica **4** [1954], 479–488.

Buchbesprechung

R. FELDTEKLER, Einführung in die Siebschaltungstheorie der elektrischen Nachrichtentechnik; 4. Aufl. S. Hirzel Verlag, Stuttgart 1956, XI, 200 Seiten, 191 Bilder 16 cm × 23 cm, Ganzleinen DM 25,40.

Die 4. Auflage stellt eine Neubearbeitung dieses Standardwerkes der Filtertheorie dar. Die bewährte Kapiteleinteilung (I: Spulen, Kondensatoren, Schwingkreise, II: Zweipole, III: Grund-Siebketten, IV: Siebketten mit Grundgliedern und M-Gliedern, V: Bandpaß-Siebketten mit Hauptgliedern und Nebengliedern, VI: Einfluß der Verluste) und ihr Inhalt wurde im wesentlichen beibehalten. Neu ist ein Abschnitt über Bandpaß-Siebketten mit Hauptgliedern und Nebengliedern. Er enthält anschauliche Ableitungen dieser Schaltungen mit einer Reihe von Abwandlungen, die viele verschiedene Schaltungsmöglichkeiten erlauben. Unter den Beispielen sind besonders wirtschaftliche Schaltungen besprochen, die im Gegensatz zu normalen Bandpaßketten weniger Spu-

len als Kondensatoren enthalten. — Um Platz zu gewinnen, mußten andere Stellen entsprechend gekürzt werden.

Eine weitere Neuerung besteht in der zusätzlichen Einführung einer von T. LAURENT vorgeschlagenen speziellen logarithmischen Frequenzskala, die die Konstruktion von Dämpfungs- und Phasenwinkelkurven mit Hilfe von Schablonen erlaubt. Auf die Darstellung des CAUERSCHEN Verfahrens zur Berechnung von Siebschaltungen auf Grund einer vorgegebenen Betriebsdämpfungskurve ohne Benutzung der Wellenwiderstandsanpassung wurde bewußt verzichtet.

Die Ergänzungen bedeuten also einen Ausbau der einfachen Filtertechnik, die auch von nicht besonders geschulten Mathematikern oder Filtertheoretikern angewendet werden kann. Sie kommen besonders ihrer praktischen Anwendung zu gute. Der Wert des Buches hat damit nicht nur als Lehrbuch für den Studenten zugenommen, sondern auch als Anleitung zur Konstruktion von einfachen Filtern für den ausübenden Physiker und Techniker.

K. TAMM

KINEMATOGRAPHISCHE UNTERSUCHUNGEN DER SCHWINGUNGSKAVITATION

von E. MUNDY und W. GÜTH

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

Zusammenfassung

Mit einem bei 2,5 kHz angeregten Nickelschwinger wurden Kavitationsblasen erzeugt und mit Hilfe eines Funkenkinematographen bei Bildfolgefrequenzen zwischen 12 500 und 105 000 s⁻¹ photographiert. In gashaltigem Wasser wurden bei nicht zu starker Schallenergie schwingende Gasblasen beobachtet („Gasblasenkavitation“), deren Schwingungsformen als Überlagerungen der nichtlinearen erzwungenen Blasenschwingung mit einer rasch abklingenden Blaseneigenschwingung gedeutet werden konnten. Bei starker Anregung wurde sowohl in gashaltigem als auch in entgastem Wasser an Stelle der schwingenden Gasblasen eine große Zahl von kleinen Dampfbläschen gefunden, die nach jeder Anregungsperiode wieder nahezu vollständig zerfallen. Die bei dieser „Dampfblasenkavitation“ entstehenden starken Stoßwellen wurden schlierenoptisch photographiert.

Summary

Cavitation bubbles are produced from a nickel transducer of frequency 2.5 kc/s and photographed at 12 500 to 105 000 frames/sec. In aerated water and moderate sound fields, bubbles are observed to vibrate in a mode indicating a combination of non-linear forced vibration and sudden excitation at the natural frequency. In stronger fields both in aerated and degassed water a large number of tiny bubbles, which almost disappear during the time-period of one oscillation, are seen. The strong shock waves accompanying this phenomenon are photographed in a schlieren system.

Sommaire

On a produit des bulles de cavitation au moyen d'un oscillateur à nickel fonctionnant à 2,5 kHz, et on a cinématographié par étincelles ces bulles, la fréquence de succession des images étant 12 500 et 105 000 images par seconde. Dans le cas de l'eau contenant du gaz, on a observé, si l'énergie sonore n'est pas trop grande, des bulles gazeuses oscillantes («cavitation par bulles gazeuses») dont la forme d'oscillation peut être considérée comme le résultat de la superposition d'une oscillation forcée non linéaire et d'une oscillation propre s'affaiblissant rapidement. Lorsque l'excitation est intense, on constate, que l'eau contienne du gaz ou soit dégazée, un grand nombre de petites bulles de vapeur au lieu de bulles de gaz oscillantes; après chaque période d'excitation, ces bulles s'écrasent presque complètement. On a photographié par striation optique les ondes de choc intenses qui se forment dans cette «cavitation par bulles de vapeur».

1. Einleitung

Eine häufige und meistens unerwünschte Folgeerscheinung hoher Zugbeanspruchung von Flüssigkeiten ist die Bildung dampf- oder gasgefüllter Blasen, die bei Nachlassen der Zugspannung je nach ihrem Gasgehalt mehr oder weniger weit wieder zusammen schlagen. Dieses Phänomen bezeichnet man als Kavitation. Die Entstehung solcher Kavitationsblasen findet an den Stellen statt, wo sich in Form kleiner ungelöster Gasblasen oder nicht vollkommen benetzter Festkörperteilchen Keime befinden, wo also eine definierte Grenzfläche zwischen Flüssigkeit und Gas bereits vor Einwirkung der Zugspannung besteht. Je nachdem, wie die erforderliche Zugspannung hervorgerufen worden ist, unterscheidet man verschiedene Kavitationsarten; die Strömungskavita-

tion beispielsweise wird überall da beobachtet, wo durch Stromlinienverengung in Flüssigkeiten ein entsprechender Unterdruck (Bernoullischer Druck) entsteht. Die Schwingungskavitation hingegen ist an die Existenz periodischer Druckschwankungen hoher Intensität gebunden.

Die Kavitation und ihre Begleiterscheinungen, wie Zerstörung der Oberfläche von festen Körpern [1], chemische und physiko-chemische Prozesse [2], Lumineszenz [3], [4] und Schallabstrahlung sowie Verzerrung eines ursprünglich vorhandenen Schallfeldes [5] ... [8] sind bisher Gegenstand zahlreicher Untersuchungen gewesen. Nicht selten wurde dabei versucht, auf dem Umweg über diese Begleiterscheinungen Rückschlüsse auf das Wesen der Kavitation selbst zu ziehen. Von den Arbeiten, die sich mit einer direkten optischen Beobachtung weniger oder einzel-

ner Kavitationsblasen befassen [9]...[12], beziehen sich nur zwei auf die Schwingungskavitation. So haben KORNFIELD und SUVOROV [13] durch die Anfertigung einer großen Zahl von Momentphotographien einzelner Blasen Aufschluß über den Kavitationsablauf zu gewinnen versucht. Neuerdings liegt eine Arbeit von ELLIS [14] vor, in der kinematographische Bildreihen von Kavitationsblasen gezeigt werden, die mit Hilfe eines in radialer Eigenresonanz angeregten Bariumtitanatzylinders erzeugt wurden. Jedoch sind die erzielten Ergebnisse nicht zu einer Deutung des Phänomens herangezogen worden.

Der Sinn der vorliegenden Arbeit soll es sein, mit Hilfe kinematographischer Untersuchungen einen Beitrag zur Beschreibung und Erklärung der Schwingungskavitation zu liefern.

2. Die Rayleighsche Beschreibung des Blasenzerfalls

Eine theoretische Behandlung des Problems haben vor allem Lord RAYLEIGH [15], NOLTINGK und NEPIRAS [16], PLESSET [10] und BLAKE [19] vorgenommen. An dieser Stelle soll lediglich die Beschreibung des überaus anschaulichen Gedankenganges von Lord RAYLEIGH das Verständnis für das physikalische Geschehen bei der Kavitation erleichtern:

Man stelle sich in einem unendlich ausgedehnten, homogenen, inkompressiblen flüssigen Medium einen kugelförmigen Hohlraum vom Radius R vor. Innerhalb des Hohlraumes herrscht der Druck Null, außerhalb in großer Entfernung soll der konstante Druck P herrschen. Infolge dieses Außendruckes wird sich die Flüssigkeit auf das Zentrum des Hohlraumes zu bewegen, wobei die genau in radialer Richtung liegende Geschwindigkeit der Flüssigkeitsteilchen um so größer sein wird, je näher sie sich am Zentrum des Hohlraumes befinden. Das ist eine direkte Folge der Inkompressibilität. Der Hohlraum wird so mit wachsender Geschwindigkeit kleiner, bis schließlich die aus allen Richtungen zusammenströmende Flüssigkeit heftig aufeinanderprallt. Dabei würde an der Stelle des Zusammenpralls ein unendlich hoher Druck entstehen. Die Voraussetzung der Inkompressibilität ist jedoch jetzt nicht mehr erlaubt, vielmehr bewirkt die Kompression der Flüssigkeit, daß es zu einem endlichen Spitzendruck kommt, der zum Zentrum einer Stoßwelle wird, welche sich mit Schallgeschwindigkeit kugelförmig ausbreitet.

Aus einer einfachen energetischen Betrachtung ergibt sich die Zeitabhängigkeit des Blasenzerfalls zu

$$\tau(R) = \sqrt{\frac{3}{2P}} \int_R^{R_{\max}} \frac{R'^{1/2}}{\sqrt{R_{\max}^3 - R'^3}} dR' \quad (1)$$

(ρ Dichte des Mediums, R_{\max} Anfangsradius).

Daraus läßt sich die Zerfallskurve der Blase numerisch ausrechnen. Die gesamte Zerfallszeit wird

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2P}} \int_0^{R_{\max}} \frac{R'^{1/2}}{\sqrt{R_{\max}^3 - R'^3}} dR' \approx 0,9 R_{\max} \sqrt{\frac{3}{2P}} \quad (2)$$

Nimmt man jetzt an, daß der Hohlraum nicht exakt evakuiert ist, sondern eine geringe Gasmenge enthält, so wird sich der Gasdruck bei der Volumenverringerung soweit steigern, bis schließlich der auf diese Weise in der Blase entstandene Gegendruck die Bewegung der Flüssigkeit zunächst abbremsst und dann umkehrt. Es ergibt sich so eine stark nicht-lineare Schwingung der Blase um ihr Gleichgewichtsvolumen, die jedoch infolge der hohen Dämpfung schon nach wenigen Perioden zum Stillstand kommt. Außerdem wird die Höhe des beim Zusammenfallen der Blase erreichten Druckes in der abgestrahlten Stoßwelle durch die Federwirkung des Gases herabgesetzt.

3. Beschreibung der Apparatur

Zur Erzeugung der Kavitationsblasen dient ein 1 m langes, in der Mitte eingespanntes Nickelrohr. Eine das Rohr umgreifende Luftpule mit zwei Wicklungen sorgt für die nötige Vormagnetisierung und die Anregung des Schwingers in seiner tiefsten Eigenfrequenz bei etwa 2,5 kHz. Zur Vermeidung von Wirbelstromverlusten ist das Rohr längs aufgeschlitzt. In einer zweiten Spule nahe seinem unteren Ende wird infolge der Rohrschwingungen eine Wechselspannung induziert, die zur Kontrolle der Schwingung hinsichtlich ihrer Sinusform auf die vertikalen Ablenkplatten eines Kathodenstrahloszillographen gegeben wird. Das mit einem Messingplättchen abgeschlossene Rohr taucht in eine wassergefüllte Küvette, und die Kavitationsblasen erscheinen nun genau unter der Mitte dieses Messingplättchens. Die zur Anregung des Schwingers erforderliche Wechselspannung wird aus einem Schwebungssummeer bezogen und gelangt über einen 70-W-Leistungsverstärker und einen Abstimmkondensator an die Erregerpule. Diese Art der Blasenherzeugung hat den Nachteil, daß die Blasen nicht im freien Medium entstehen, sondern an der Grenzfläche zwischen Schwinger und Flüssigkeit; sie hat jedoch andererseits den für eine optische Beobachtung erheblichen Vorzug, daß der Ort der Blasenbildung festliegt. Außerdem ist die Tatsache von Vorteil, daß nur einzelne oder wenige Blasen entstehen und man deshalb den ganzen Vorgang gut übersehen kann.

Der wesentliche Teil der optischen Apparatur besteht aus dem von GÜTH [12] entwickelten und beschriebenen Funkenkinematographen. Ein Drehspeigel wirft das Bild des Objektes auf einen halb-

kreisförmig in die Kamera eingezogenen Film; als intermittierende Lichtquelle dient eine Funkenstrecke. Eine genaue Beschreibung dieses Gerätes findet sich bei GÜTH [12] und soll an dieser Stelle nicht wiederholt werden, da der Kinematograph lediglich in technischer Hinsicht etwas verbessert wurde. So war beispielsweise eine Steigerung der Bildfolgefrequenz auf $105\,000\text{ s}^{-1}$ möglich. Eine schematische Darstellung der übrigen optischen Anordnung findet sich in Abb. 1. Die als intermittierende Lichtquelle dienende Funkenstrecke wird mittels eines Kondensors zur Ausleuchtung des Objektes benutzt, das von einem Objektiv über den Drehspiegel auf den Film abgebildet wird. Eine mit dem Licht einer Glühlampe erzielte zweite Abbildung des Objektes auf einen Wandschirm erlaubt die Messung des Luftvolumens einer schwingenden Blase auf folgende Weise: Wenige Millisekunden nach Belichtung des Filmes wird der Schwinger automatisch ausgeschaltet. Die in der fotografierten Blase enthaltene Luft bleibt dann in Form eines runden Bläschens unter dem Schwinger zurück und wird auf dem zweiten optischen Wege auf den Wandschirm projiziert und dort ausgemessen.

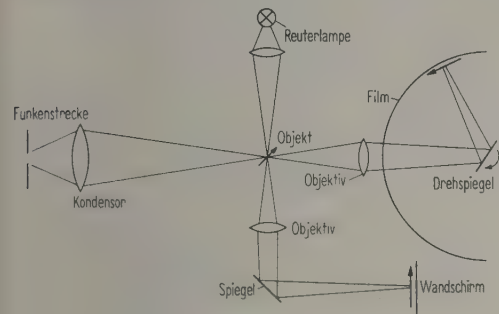


Abb. 1. Skizze der optischen Anordnung.

Zum Nachweis der beim Zusammenfallen einer Blase entstehenden Stoßwellen wurden schlierenoptische Aufnahmen angefertigt. Zwei nach dem Töplerschen Verfahren aufgebaute Anordnungen wurden benutzt, von denen die eine bei etwas verkleinertem Abbildungsmaßstab die größte erzielbare Schlierenempfindlichkeit ergab, während die andere bei Verzicht auf hohe Schlierenempfindlichkeit eine vergrößerte Abbildung des Objektes ermöglichte, die sich in einigen Fällen als nötig erwiesen hat.

4. Aufnahmen von Kavitationsblasen
und Diskussion der Ergebnisse

4.1. Gashaltiges Wasser, schwache Anregung

Es soll zunächst eine Art von Blasen besprochen werden, die in gashaltigem Wasser (Leitungswasser oder destilliertem Wasser) bei nicht zu starker

Schwingung des Nickelrohres entstehen. Eine direkte mikroskopische Messung der Schwingungsweite des Schwingers ergab für diese Versuche Werte zwischen 0,08 und 0,09 mm. Man beobachtet eine milchig weiße, in ihren Umrissen verschwommene Blase, die etwa halbkugelförmig direkt am Schwinger haftet. Über einen ziemlich langen Zeitraum hinweg — mehr als 10^4 Schwingungsperioden — wächst die Blase zunächst an, bis sie bei einer bestimmten Größe anscheinend heftiger schwingt als vorher und sich dabei mit einem dichten Nebel sehr kleiner Bläschen umgibt; danach wird die Schwingungsamplitude der Blase wieder erheblich kleiner, sie beginnt unter dem Schwinger hin und her zu wandern, ohne jetzt ihre Größe noch merklich zu ändern, und schließlich entweicht sie seitlich und steigt an die Oberfläche auf.

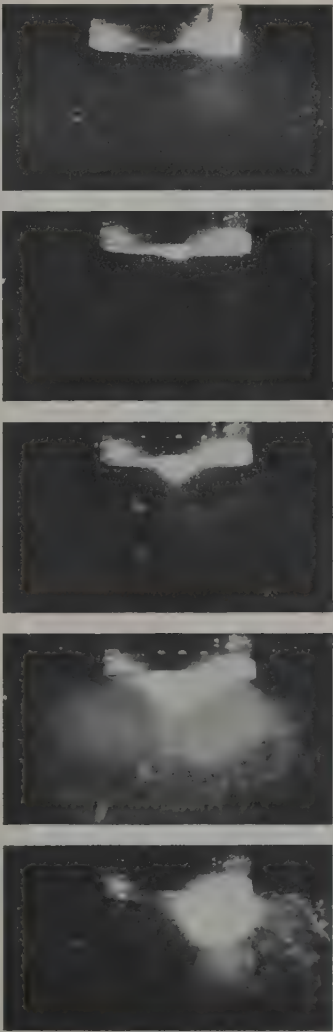


Abb. 2. Zeitaufnahmen schwingender Luftblasen; Vergrößerung 2-fach.

In Abb. 2 werden solche Blasen gezeigt, wie sie dem Beobachter mit bloßem Auge erscheinen; zwar handelt es sich bei jeder einzelnen Aufnahme um eine andere Blase, die Bildreihe gibt aber eine gute Darstellung der Lebensgeschichte einer einzigen Blase in groben Zügen. Man erkennt die verschiedenen Stadien und sieht auf dem zweiten Bild von unten deutlich den Nebel kleiner Bläschen, die infolge der langen Belichtungszeit als Striche erscheinen. Die Wirbelbildung in der Umgebung der Blase soll hier nicht besprochen werden. Die Frage nach der Ursache für das allmähliche Anwachsen der Blasen wird an einer anderen Stelle unter Zuhilfenahme weiterer Ergebnisse erörtert.

Der nächste Schritt beim Studium der schwingenden Luftblasen besteht in der Anfertigung von Momentaufnahmen mit dem Licht eines einzelnen

Funkenüberschlages bei Dunkelfeldbeleuchtung; sie ergeben eine scharfe Abbildung, da die Belichtungszeit klein ist gegen die Schwingungsdauer. Abb. 3 zeigt zwei solche Blasenbilder, davon eines wiederum mit dem Nebel kleiner Bläschen. Die bereits von KORNFIELD und SUVOROV [13] beobachtete stark zerklüftete Blasenoberfläche ist deutlich zu erkennen. Wahrscheinlich entstehen also die vielen kleinen Bläschen durch Abschnürung von der großen Blase, doch soll auch diese Frage nicht näher erörtert werden.

Um Aufschluß über die Art der Volumenschwingung der Blasen zu erhalten, wurden nach den bisher geschilderten Vorversuchen kinematographische Bildreihen von schwingenden Blasen angefertigt; Abb. 4 zeigt eine solche Bildreihe. Die Blase erscheint hier in der Art eines Schattenrisses als bizarr geformtes dunkles Gebilde vor einem hellen Hintergrund. Die Beobachtungsrichtung ist horizontal, die obere Bildkante stellt also das mit dem Messingplättchen verschlossene untere Ende des Nickelschwingers dar.

Wenn man auf jeder Aufnahme einer solchen Bildreihe das Blasenbild ausplanimetriert und aus der so erhaltenen Fläche F nach der Beziehung $R \sim \sqrt{F}$ einen mittleren Blasenradius bestimmt, so läßt sich dieser als Funktion der Zeit auftragen, da man aus der gemessenen Umdrehungsgeschwindigkeit des Drehspiegels den genauen zeitlichen Abstand zwischen zwei Aufnahmen feststellen kann. Bei geeigneter Eichung des Abbildungsmaßstabes ist der mittlere Blasenradius genau der Radius einer kugelförmigen Blase gleichen Volumens, wenn man voraussetzt, daß die Kavitationsblase in bezug auf die Längsachse des Schwingers annähernd symmetrisch ist. Diese Voraussetzung ist sicher nicht gut erfüllt, die Ergebnisse zeigen jedoch, daß sie offenbar zulässig ist. Die in Abb. 5 enthaltene charakteristische Auswahl derartiger Meßkurven wurde einer Versuchs-

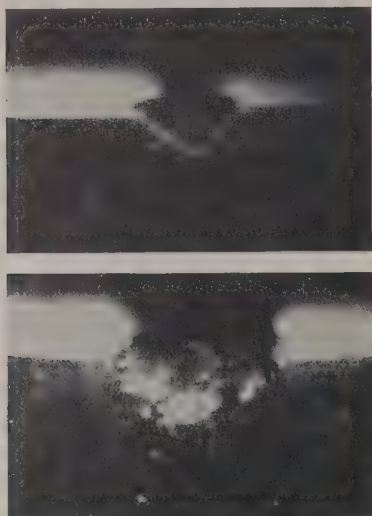


Abb. 3. Momentaufnahmen schwingender Luftblasen; Vergrößerung etwa 9-fach.

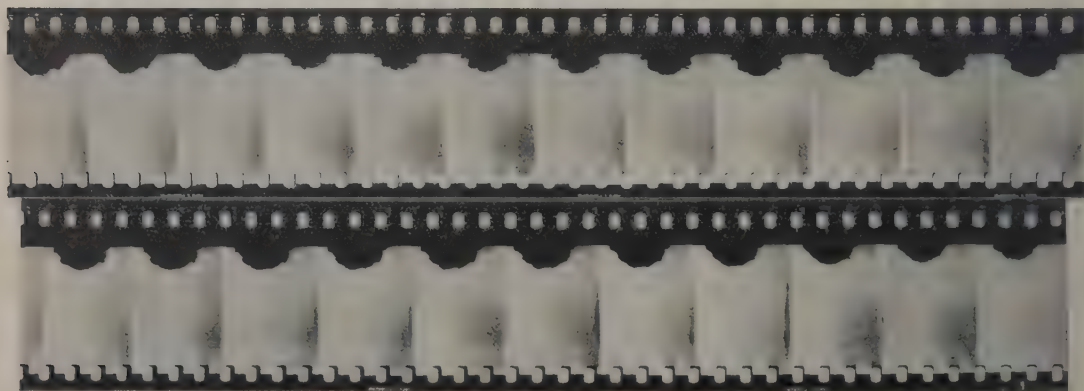


Abb. 4. Schwingende Luftblase; Bildfolgefrequenz $50\,000\text{ s}^{-1}$; Vergrößerung etwa 3-fach.

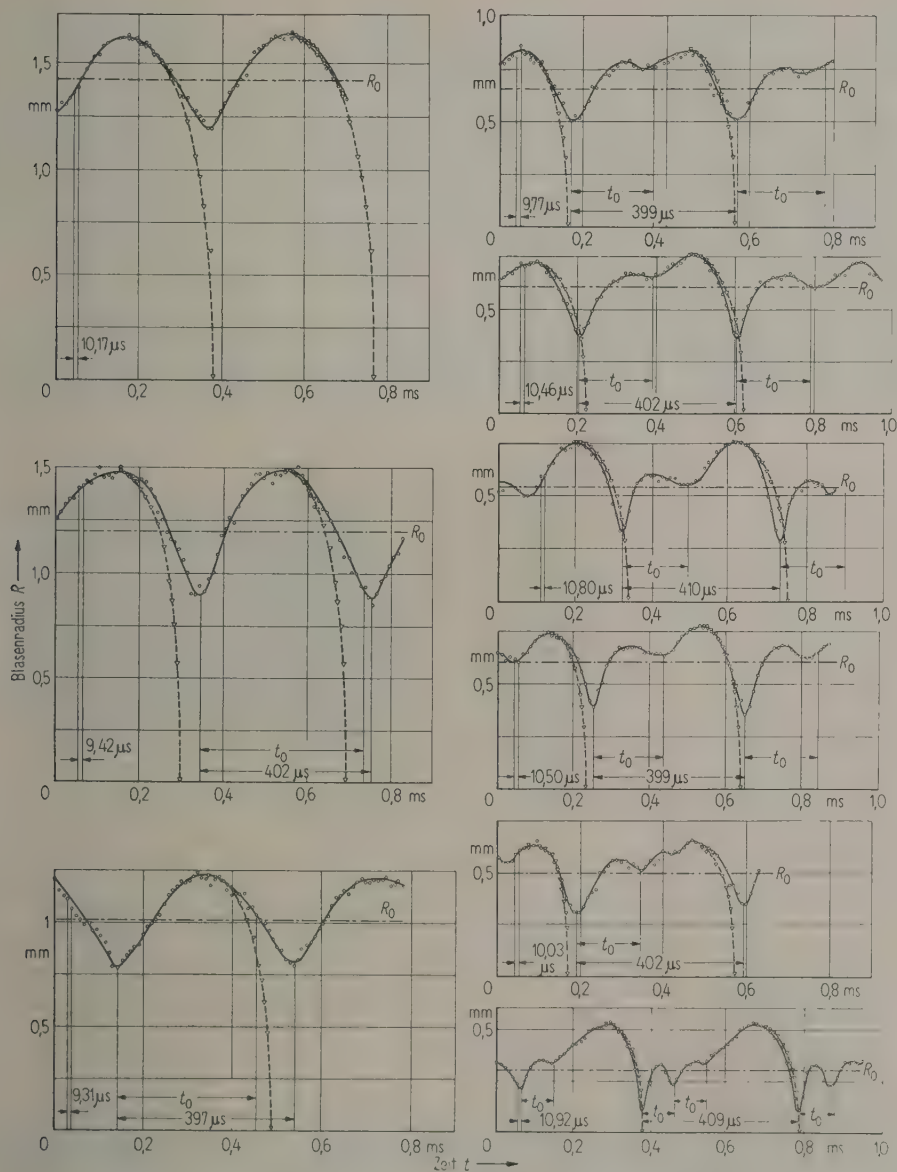


Abb. 5. Radius schwingender Gasblasen als Funktion der Zeit für verschiedene Blasengrößen; Erläuterung im Text.

reihe entnommen, bei der unter genauer Konstanzhaltung der Anregungsenergie (Schwingungsweite des Nickelrohres $0,082 \pm 0,002$ mm) zahlreiche Blasen verschiedener Größe photographiert wurden. Zu jeder Aufnahme wurde nach der eingangs beschriebenen Methode der Radius R_0 der Blase in ruhendem Zustand bestimmt. Er ist als strichpunktierte Gerade in den Schwingungskurven der Abb. 5 enthalten. Folgende Ergebnisse lassen sich den Kurven entnehmen:

Alle beobachteten Vorgänge sind bei einer Meßgenauigkeit von $\pm 1,5\%$ periodisch in 2,5 kHz. Jedoch ist die Schwingungsform von der Blasengröße entscheidend abhängig. Während nämlich die kleinste Blase (Ruheradius $R_0 = 0,3$ mm) deutlich neben dem in 2,5 kHz periodischen tiefsten Minimum zwei weitere Minima erkennen läßt, finden sich bei der größten Blase ($R_0 = 1,42$ mm) keine zusätzlichen Minima mehr; über die ferner erkennbare Abnahme der Amplitude mit wachsender Blasengröße lassen die vor-

liegenden Ergebnisse keine Schlüsse zu. Die verzerrte Sinusform selbst bei den Blasen, deren Schwingungen nur die Anregungsfrequenz deutlich zeigen, war zu erwarten; denn daß Gasblasen in Flüssigkeiten nichtlineare Schwingungsgebilde sind, da sowohl die Federsteife wie die mitschwingende Mediummasse veränderlich sind, ist seit langem bekannt. Diese beiden Ursachen einer Nichtlinearität wirken bei der schwingenden Luftblase in einer Richtung und führen zu einer Verbreiterung der Schwingungsmaxima, während die Minima schmaler werden. Eine solche Kurvenform ist in allen Beispielen der Abb. 5 gut zu erkennen. In welcher Weise diese Nichtlinearität an dem bereits von BLAKE [19] ausführlich behandelten allmählichen Anwachsen der mittleren Blasengröße über viele Schwingungsperioden hinweg beteiligt ist, läßt sich an Hand der Abb. 5 einfach verfolgen. Man erkennt nämlich, daß die nichtlinear schwingenden Blasen sich im Zustand des Unterdruckes länger aufhalten als in dem des Überdruckes, mit anderen Worten, daß der zeitliche Mittelwert der Blasengröße oberhalb des Ruhewertes R_0 , also in der Unterdruckphase liegt. Diese Tatsache bewirkt eine bevorzugte Diffusion von Luft aus der Flüssigkeit in das Blaseninnere hinein, also ein allmähliches Anwachsen, wie es bereits oben beschrieben wurde. Mit abnehmender Amplitude muß das Blasenwachstum schwächer werden, was den experimentellen Beobachtungen auch entspricht.

Um die bereits erwähnten teilweise festgestellten zusätzlichen Maxima und Minima der Schwingungskurven zu verstehen, muß man sich vergegenwärtigen, daß die Schwingung einer Luftblase mit wachsender Amplitude in ihrem abfallenden Teil der RAYLEIGHschen Zerfallskurve eines kugelförmigen Vakuums immer ähnlicher wird, solange die in der Blase eingeschlossene Luft noch nicht zu stark komprimiert ist. In der Tat zeigen die gemessenen Kurven in ihrem Hauptabfall zum Teil eine starke Ähnlichkeit mit den jeweils für die entsprechende Blasengröße berechneten RAYLEIGHschen Zerfallskurven, die als Strichlinien in Abb. 5 eingezeichnet worden sind. Die große Steilheit der Schwingungskurve kurz vor Erreichen ihres Minimums besagt, daß der Druck der in der Blase eingeschlossenen Luft wesentlich schneller ansteigt, als es der sinusförmigen äußeren Druckanregung entspricht. Das aber bewirkt eine Anregung der freien Eigenschwingung der Blase ähnlich einer Stoßanregung, derzufolge jedes schwingungsfähige Gebilde in seiner Eigenfrequenz ausschwingt. Die in Abb. 5 vorliegenden Kurven sind demnach zu verstehen als eine Überlagerung aus der nichtlinearen erzwungenen Schwingung der Gasblase mit der Frequenz des Nickelschwingers und dem durch den Druckstoß bei dem sehr steilen Abfall der

Blasengröße bedingten Ausschwingen der Blase in ihrer Eigenfrequenz. Eine experimentelle Bestätigung dieser Vorstellung wird durch die Tatsache geliefert, daß die aus dem gemessenen Ruheradius R_0 berechnete Periodenlänge t_0 der Blaseeigenschwingung gut übereinstimmt mit dem zeitlichen Abstand zwischen dem Hauptminimum und dem ersten zusätzlichen Minimum bzw. zwischen zwei Zusatzminima. t_0 ist in die Abb. 5 eingezeichnet. Außerdem ist unter Berücksichtigung der Gleichung

$$f_0 R_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3\kappa P_0}{\rho}} = 326 \text{ Hz} \cdot \text{cm}, \quad (3)$$

die zuerst von MINNAERT [17] aufgestellt und von MEYER und TAMM [18] experimentell bestätigt worden ist, die berechnete Abhängigkeit zwischen t_0 und R_0 in Abb. 6 als Gerade dargestellt. Die gemessenen Zeitdifferenzen zwischen zwei Minima als Funktion von R_0 enthält die Abb. 6 als Meßpunkte. Die verhältnismäßig gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit der theoretischen Kurve weist ebenfalls darauf hin, daß diese Interpretation der Blaseschwingungen offenbar zutrifft. In Abb. 7 erkennt man etwa in der Mitte zwischen den beiden eine Anregungsperiode einschließenden Hauptminima ein solches zusätzliches Minimum der Blasengröße.

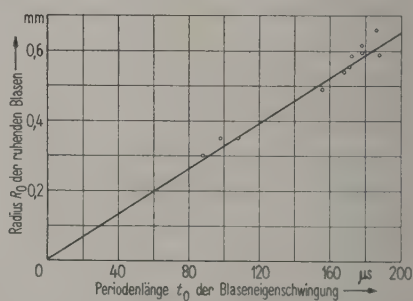


Abb. 6. Periodenlänge der Blaseeigenschwingung als Funktion des Ruherradius im Vergleich zur Theorie.

4.2. Gashaltiges Wasser, starke Anregung

Ein ganz anderes Erscheinungsbild erhält man, wenn man — ebenfalls in gashaltigem Wasser — die Amplitude des Schwingers erheblich steigert. Bei der maximal möglichen Schwingungsweite von 0,35 mm kommt es nicht zur Bildung einzelner größerer Blasen, sondern statt dessen entsteht eine Wolke vieler kleiner Blasen, und ein Strahl winziger Luftbläschen wird infolge des Schallstrahlungsdruckes („Quarzwind“) in das Wasser abgestoßen. Abb. 8 stellt den Vorgang so dar, wie er mit bloßem Auge wahrgenommen wird. Abb. 9 zeigt einen Ausschnitt aus einer Blasenwolke, in dem die einzelnen Blasen gut zu sehen sind. Man erkennt bei dieser

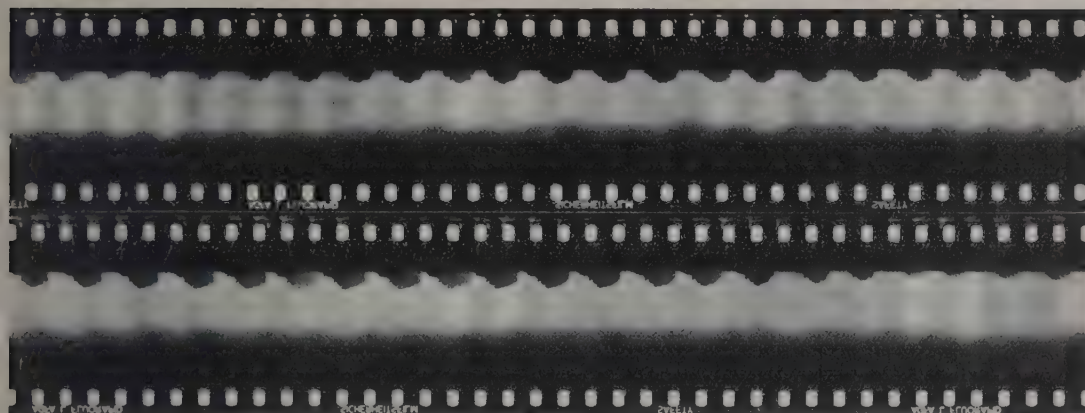


Abb. 7. Schwingende Gasblase während einer vollen Periode; Bildfolgefrequenz $105\,000\text{ s}^{-1}$; Vergrößerung 3,5-fach.

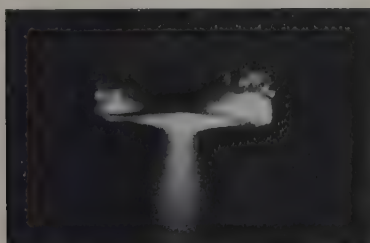


Abb. 8. Zeitaufnahme der Kavitation unter dem Schwin-
ger bei starker Anregung; Vergrößerung 2-
fach.

kinematographischen Bildreihe, daß die Blasen voll-
kommen zusammenschlagen; es muß deshalb ein Fall
von Kavitation vorliegen, bei dem die entstehenden
Blasen fast nur Dampf enthalten und daher in der
Überdruckphase nahezu völlig verschwinden können,
mindestens bis zu einer Größe, die mit dem benutz-
ten Aufnahmeverfahren nicht mehr sichtbar gemacht

werden konnte. Aus mikroskopisch kleinen Keimen
bildet sich eine Fülle von Bläschen, die noch wäh-
rend derselben Anregungsperiode wieder ganz zu-
sammenschlagen, wobei gelegentlich ein einmaliges
schwaches Nachschwingen beobachtet wird. Wenn der
Unterdruck der nachfolgenden Anregungsperiode
wieder weit genug angewachsen ist, wiederholt sich
der Vorgang. Da Anzahl und Verteilung der einzel-
nen Bläschen sowie ihre Größe von Periode zu Pe-
riode sehr verschieden sind, kann man annehmen,
daß zwischen den Kavitationserscheinungen in den
einzelnen Schwingungsperioden kein Zusammenhang
besteht, abgesehen von der Tatsache, daß möglicher-
weise ein zusammenschlagendes Bläschen einen oder
mehrere Keime zurückläßt, die die Bildung neuer
Blasen in der folgenden Periode begünstigen. Die
Größe eines einzelnen Bläschens als Funktion der
Zeit — Abb. 10 —, die wieder durch Planimetrieren
gewonnen wurde, zeigt zwar qualitativ in ihrem Zer-

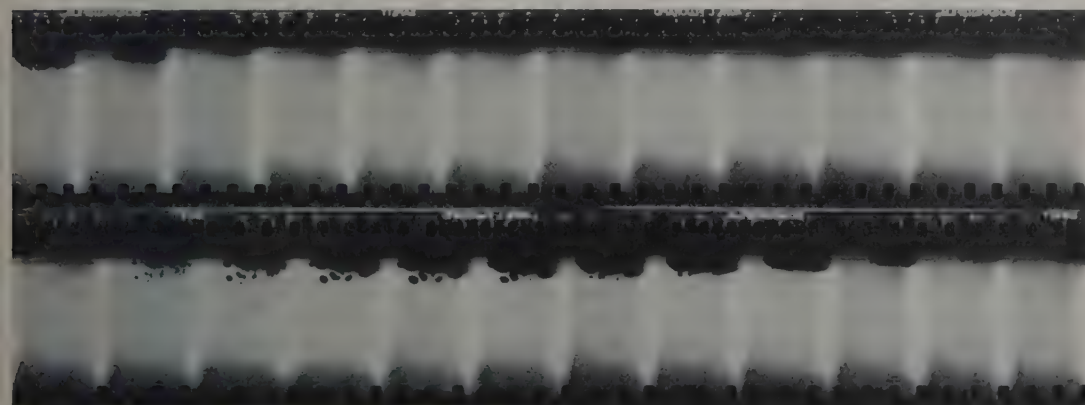


Abb. 9. Kinematographische Bildreihe von Kavitationsblasen bei starker Schwingeranregung; Bildfolgefrequenz
 $50\,000\text{ s}^{-1}$; Vergrößerung etwa 7-fach.

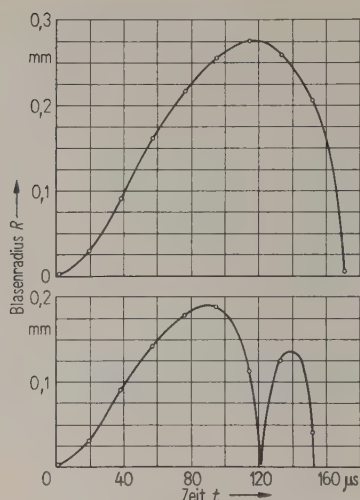


Abb. 10. Zerfallskurven einzelner Dampfbläschen.

fallsabschnitt Ähnlichkeit mit der RAYLEIGHschen Kurve, die aus der Blasengröße berechnete Zerfallszeit ist jedoch in allen Fällen kleiner als die gemessene Zerfallszeit. Dieser Vergleich mit der Theorie ist allerdings auch nicht mehr zulässig, weil bei der starken Anregung die in der RAYLEIGHschen Rechnung gemachte Voraussetzung eines bekannten, festen Außendruckes nicht mehr erfüllt ist; denn durch die starke Amplitude und die dadurch bedingte heftige Gleichströmung werden die Druckverhältnisse am Ort der Blasenentstehung so unübersichtlich, daß sich keine bestimmten Aussagen mehr machen lassen. Außerdem befinden sich mehrere Blasen dicht beieinander und beeinflussen sich gegenseitig in ihrem Verhalten.

Bei hinreichender Keimzahl und genügendem Blasenwachstum können sich unter Umständen mehrere solcher Blasen zu einem größeren Dampfraum

vereinigen, was bei den vorliegenden Versuchen stets mit den Blasen in allernächster Nähe des Schwingers — Blasen, die die Messingfläche berühren — geschehen ist. Unter Berücksichtigung der hydrodynamischen Verhältnisse vor dem stark schwingenden Nickelrohr kann man sich vorstellen, daß sich auf diese Weise während einer einzigen Schwingungsperiode ein Dampfvolumen bilden kann, dessen Zerfallszeit die Anregungsperiode überdauert. Offenbar ist KORNFIELD und SUVOROV [13], die in ihren Versuchen mit erheblich höheren akustischen Leistungen gearbeitet haben, die Erzeugung solcher Blasen gelungen.

4.3. Entgastes Wasser bei starker Anregung

Ähnliche Versuche wie die oben beschriebenen wurden nun in entgastem Wasser gemacht; das Wasser wurde vorher durch eine enge Düse hindurch in eine evakuierte Kochflasche gesogen, wobei ihm ein erheblicher Teil der gelösten Gase entzogen werden konnte. Offenbar war in dem so vorbehandelten Wasser bei maximaler Amplitude des Schwingers die Anregungsenergie gerade ausreichend zur Kavitationsbildung. Denn es verging nach Einschalten des Nickelrohres eine Zeit zwischen etwa 5 und 30 Se-

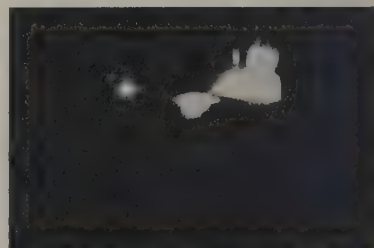


Abb. 11. Zeitaufnahme der Kavitation in entgastem Wasser bei starker Anregung; Vergrößerung 2-fach.

Abb. 12. Entstehung und Zerfall von Dampfblasen bei Kavitation in entgastem Wasser; Bildfolgefrequenz $55\,000\text{ s}^{-1}$; Vergrößerung 7-fach.

kunden, während derer keinerlei Kavitation beobachtet wurde — bis sich in irgend einem Augenblick plötzlich mit knackendem Einsetzen eines deutlichen Zischens eine Blasenwolke unter dem Schwinger ähnlich der früher beschriebenen ausbildete, die nun bis zum Abschalten der Apparatur erhalten blieb. Diese Beobachtung unterstützt die oben geäußerte Vermutung, daß beim Zusammenschlagen einer Blase Keime zurückbleiben, die die Entstehung neuer Blasen in der nächsten Periode fördern. Eine Zeitaufnahme — Abb. 11 — zeigt die Blasenwolke in diesem Fall. Der Strahl feiner Luftbläschen fehlt, was bei der Benutzung entgastem Wassers nicht verwundert. Kinematographische Aufnahmen dieses Kavitationsvorganges zeigen einen sehr ähnlichen Verlauf des Prozesses wie bei gashaltigem Wasser (Abb. 12). Die Unterschiede, die wahrscheinlich im etwas heftigeren Zusammenschlagen und in erschwerter Blasenbildung bei entgastem Wasser im Gegensatz zu gashaltigem bestehen, sind zu gering, um mit der benutzten Apparatur deutlich hervorgehoben werden zu können.

Die Ähnlichkeit der Kavitationserscheinungen in gashaltigem und entgastem Wasser bei genügend starker Anregung weist darauf hin, daß das Verhal-

ten von Kavitationsblasen — „Gasblasenkavitation“ oder „Dampfblasenkavitation“ — nicht allein vom Gasgehalt der Flüssigkeit, sondern auch erheblich von der Anregungsenergie bestimmt wird.

5. Druckstöße und Materialzerstörung bei der Kavitation

Mit der bereits erwähnten schlierenoptischen Methode wurde nun versucht, die bei der Kavitation entstehenden Druckstöße sichtbar zu machen. Abb. 13 enthält derartige Aufnahmen; eine große Zahl von Stoßwellen ist zu erkennen, und zwar findet man auf diesen wie auf allen anderen Aufnahmen, daß das Zentrum der Stoßwellen immer in unmittelbarer Nähe der Schwingeroberfläche liegt. Das ist damit zu erklären, daß sich nur hier Blasen bilden, die groß genug sind, um genügend heftig zusammenschlagen zu können. Da die zerfallenden Blasen oder Teilblasen — beim Zerfall spaltet sich oft eine Blase in mehrere Teile auf — nicht alle gleich groß sind, schlagen sie nicht gleichzeitig, sondern nacheinander zusammen. In Abb. 14 erkennt man auf drei aufeinander folgenden Aufnahmen Stoßwellen. Aus der Bildfolgefrequenz ergibt sich, daß sie während eines Zeitraumes von mindestens $80 \mu\text{s}$ entstanden sind;

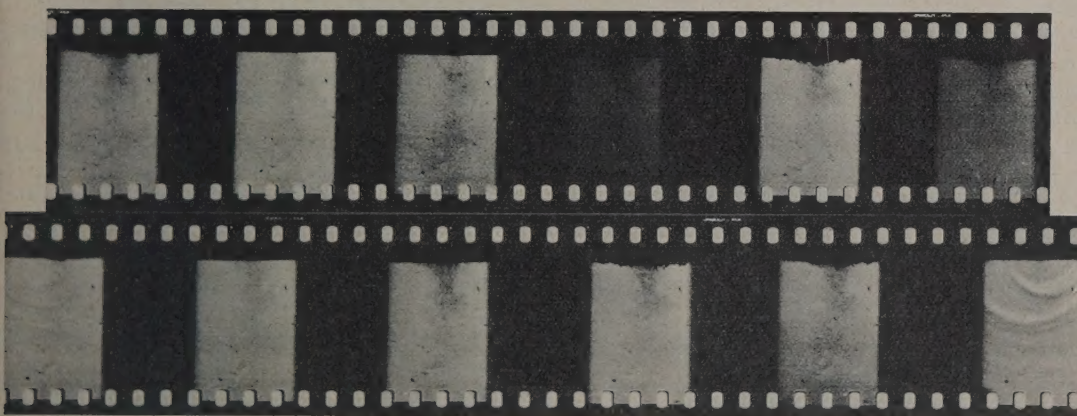


Abb. 13. Schlierenoptische Aufnahmen der Kavitationsdruckstöße; Bildfolgefrequenz $12\,500\text{ s}^{-1}$; Vergrößerung 2,5-fach.

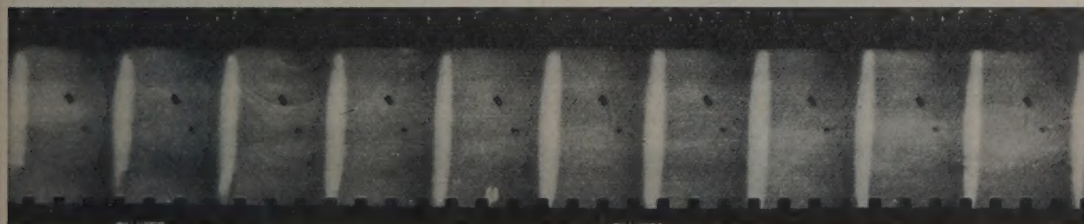


Abb. 14. Schlierenoptische Aufnahmen der Kavitationsdruckstöße; Bildfolgefrequenz $35\,000\text{ s}^{-1}$; Vergrößerung 2,7-fach.

das entspricht $\frac{1}{5}$ der Anregungsperiode. Diese Tatsache, daß nämlich die Stoßwellen nicht streng periodisch, sondern in gewissen Grenzen statistisch regellos entstehen, ist ein Grund für das Vorhandensein eines Rauschpegels im Spektrum des bei Kavitation abgestrahlten Schalls, wie er von ESCHÉ [7] gemessen wurde. Bei schlierenoptischen Aufnahmen von schwingenden Gasblasen, wie sie oben beschrieben wurden, konnten keinerlei Stoßwellen festgestellt werden, obwohl auch solche Blasen einen Kavitationsangriff am Schwingermaterial hervorriefen. Dieser war allerdings so schwach, daß er erst nach mehrstündiger Einwirkungszeit der Blase am Messingplättchen wahrzunehmen war, wohingegen eine Materialschädigung etwa gleichen Ausmaßes bei Dampfblasenkavitation schon nach einer Einwirkungszeit von wenigen Sekunden eingetreten war.

Auch die schlierenoptischen Versuche ließen keinen deutlichen Unterschied zwischen Dampfblasenkavitation in gashaltigem und in entgastem Wasser hervortreten, obwohl eine Stoßwelle um so schmäler und höher sein wird, je weniger Gas die zusammenfallende Blase enthält. Alle beobachteten Stoßwellen haben dieselbe Form wie die von GÜTH [12] fotografierten. In Abb. 15 tritt diese Form besonders deutlich hervor; die flache Flanke der Welle befindet sich auf ihrer Vorderseite, die steile Flanke auf der Rückseite.

Als Ergebnis dieser letzten Versuchsreihe wird festgehalten, daß man in jedem Falle der Kavitation einen Materialschaden zu erwarten hat, wenn er auch bei der Gasblasenkavitation sehr viel schwächer ist als bei der Dampfblasenkavitation. Stoßwellen als Folge des Blasenzerfalls konnten jedoch nur bei der Dampfblasenkavitation festgestellt werden.

Herrn Professor Dr. E. MEYER sind wir für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für viele wertvolle Ratschläge bei ihrer Durchführung zu, besonderem Dank verpflichtet. Außerdem haben wir Herrn Dr.



Abb. 15. Form einer Stoßwelle bei Dampfblasenkavitation.

KURTZE für weitere Hinweise und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für ihre finanzielle Unterstützung der Arbeit zu danken.

(Eingegangen am 1. Juli 1956.)

Schrifttum

- [1] NOWOTNY, H., Werkstoffzerstörung durch Kavitation. VDI-Verlag, Berlin 1942.
- [2] WEISSLER, A., Sonochemistry: The production of chemical changes with sound waves. J. acoust. Soc. Amer. **25** [1953], 651.
- [3] FRENKEL, J., On electrical phenomena associated with cavitation due to ultrasonic vibrations in liquids. Acta physicochim. (USSR) **12** [1940], 317.
- [4] HARVEY, E. N., Sonoluminescence and sonic chemiluminescence. J. Amer. chem. Soc. **61** [1939], 2392.
- [5] MÖLLER, H. G. und SCHOCH, A., Versuche über die Entstehung der Druckstöße bei der Kavitation. Akust. Z. **6** [1941], 165.
- [6] LANGE, TH., Methoden zur Untersuchung der Schwingungskavitation in Flüssigkeiten mit Ultraschall. Acustica **2** [1952], AB 75.
- [7] ESCHÉ, R., Untersuchung der Schwingungskavitation in Flüssigkeiten. Acustica **2** [1952], AB 208.
- [8] HARRISON, M., Experimental study of single bubble cavitation noise. J. acoust. Soc. Amer. **24** [1952], 776.
- [9] KNAPP, R. und HOLLANDER, A., Laboratory investigations of the mechanism of cavitation. Trans. Amer. Soc. mech. Eng. **70** [1948], 419.
- [10] PLESSET, M. S., The dynamics of cavitation bubbles. J. appl. Mech. **16** [1949], 277.
- [11] CHESTERMAN, W. D., The dynamics of small transient cavities. Proc. Phys. Soc., London **B 65** [1952], 846.
- [12] GÜTH, W., Kinematographische Aufnahmen von Wasserdampfblasen. Acustica **4** [1954], 445.
- [13] KORNFEELD, M. und SUVOROV, L., On the destructive action of cavitation. J. appl. Phys. **15** [1944], 495.
- [14] ELLIS, A. T., Techniques for pressure pulse measurements and high-speed photography in ultrasonic cavitation. Symposium on cavitation in hydrodynamics, NPL (Teddington) England (September 1955).
- [15] LORD RAYLEIGH, On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. Phil. Mag. **34** [1917], 94.
- [16] NOLTINGK, B. E. und NEPPIRAS, E. A., Cavitation produced by ultrasonics. Proc. Phys. Soc., London **B 63** [1950], 674.
- [17] MINNAERT, M., On musical air-bubbles and the sounds of running water. Phil. Mag. (7) **16** [1933], 235.
- [18] MEYER, E. und TAMM, K., Eigenschwingung und Dämpfung von Gasblasen in Flüssigkeiten. Akust. Z. **4** [1939], 145.
- [19] BLAKE JR., F. G., The tensile strength of liquids: A review of literature. Techn. Mem. Nr. 9, Acoust. Res. Lab. Harvard Univ., Cambridge, Mass., USA.
- [20] RASMUSSEN, R. E. H., Some experiments on cavitation erosion in water mixed with air. Symposium on cavitation in hydrodynamics, NPL (Teddington) England (September 1955).

EXPERIMENTAL EVIDENCE OF NONLINEAR RELATION BETWEEN SPECTRAL NUMBER AND ULTRASONIC INTENSITY

by K. SAMAL

Physics Department, Ravenshaw College, Cuttack, Utkal University, India

Summary

The relation between ultrasonic intensity and the number of diffraction spectra has been shown to be nonlinear for smaller numbers which contradicts SANDERS' suggestion. With the application of the relation, the ultrasonic absorption coefficients of C_6H_6 , CS_2 , and CCl_4 are measured. The expected values were obtained.

Sommaire

On a montré que la relation entre l'intensité des ultrasons et l'ordre du spectre de diffraction n'est pas linéaire pour les petits ordres, ce qui est en contradiction avec une suggestion de SANDERS. Les coefficients d'absorption des ultrasons dans C_6H_6 , CS_2 et CCl_4 ont été mesurés par application de cette relation. On a trouvé les valeurs prévues.

Zusammenfassung

Es ist gezeigt worden, daß entgegen den Vorstellungen von SANDERS die Beziehung zwischen Ultraschallintensität und Ordnungszahl des Beugungsspektrums für kleine Ordnungszahlen nicht linear ist. Unter Anwendung dieser Beziehung werden die Absorptionskoeffizienten von C_6H_6 , CS_2 und CCl_4 gemessen. Man erhält die erwarteten Werte.

1. Introduction

RAMAN and NAGENDRA NATH's theory [1] on intensity variation of spectral orders obtained by ultrasonic waves, has been corroborated by the experiment of SANDERS [2]. SANDERS also considered that the observed spectral number n is directly proportional to v or the square root of ultrasonic intensity. For confirmation of this idea he had extended its application to the experimental result of WYSS [3], but the result of the comparison was not satisfactory. The experiment performed by SAMAL and others [4] suggested that on reorientation of RAMAN and NATH's theory a nonlinear relation between the ultrasonic intensity or the refractive index variation and the observed spectral number would be possible. From a critical analysis of RAMAN's theoretical relations one obtains a graph of n and v

(Fig. 1). The detailed working out of the relationship is being published elsewhere [5].

To test the hypothesis an attempt has been made to determine ultrasonic absorption coefficients of liquids on the basis of a modified n and v relationship by observing the visible spectral number at different distances from the source of sound.

2. Experimental arrangement

A piezoelectric quartz of natural frequency 1 Mc/s was driven at 5 Mc/s. The electric generator consisted of a full-wave rectifier and an oscillating circuit of the HARTLEY type. The power supplied to the quartz was maintained constant. The vibrating quartz was fixed inside a rectangular glass vessel of a length of 25 cm, having optically plane faces. The maximum number of symmetrical spectra, observable, on both the sides of the undeviated ray with a normal illumination by the properly collimated light from a monochromatic sodium lamp, was adjusted. The distance between the quartz and the path of the undeviated ray was varied by moving the vessel with a mechanical arrangement attached to the table. The liquids were pure and supplied by E. MERCK.

3. Experimental results

By increasing the distance of the quartz from the light path the number of spectra decreases gradually. Within the distance of 20 cm all the

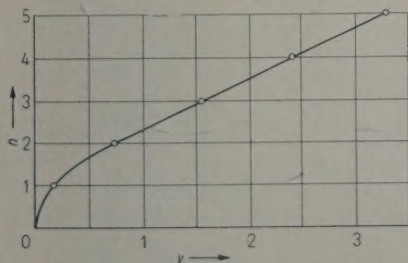


Fig. 1. A graph between n and v where n is the spectral number and $v = 2\pi \Delta\mu l/\lambda$ ($\Delta\mu$ refractive index variation).

spectra except the central one disappeared in benzene and carbon disulphide. This assures progressive waves. In the case of carbon tetrachloride the first order is still detectable at the remotest distance possible within the cell, indicating that the condition of progressive waves is vitiated, there being no absorber at the back. By moving the vessel slowly the positions of the gradual appearance of spectra were read from the scale.

4. Calculation of absorption coefficients

The sound intensity I_0 of a plane sound wave decreases in a liquid by passage over a distance x to the value

$$I_x = I_0 e^{-2\alpha x}, \quad (1)$$

where α represents the absorption coefficient of sound amplitude. As v^2 is directly proportional to I the relation reduces to the form

$$v_x = v_0 e^{-\alpha x} \quad (2)$$

$$\text{or} \quad \log_e v_x = -\alpha x + c, \quad (2a)$$

where c is a constant. If n_x be the order appearing at the distance x , we can find the corresponding v_x from the graphical relation between n and v shown in Fig. 1. The graph between the natural logarithm of v and x will be a straight line whose slope will give the absorption coefficient.

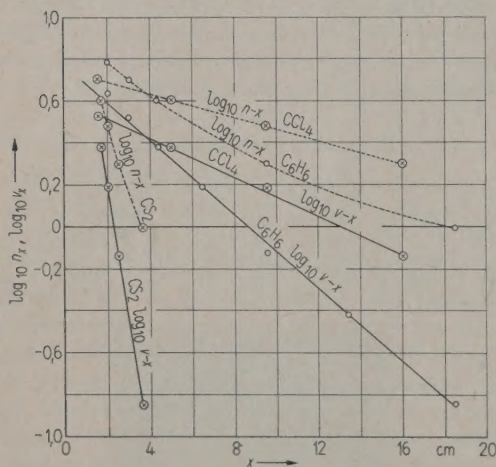


Fig. 2. Graphs between x and $\log v$ and $\log n$ for different liquids, where x is the distance between light path and sound source, and $v = 2\pi\lambda\mu/l$.

In Fig. 2, the graphs of $\log_{10} v-x$ are plotted and the expected straight lines are obtained. The slope values are 0.644, 0.088 and 0.046 for CS_2 , C_6H_6 and CCl_4 respectively. The calculated values of α/f^2 (f being the frequency) obtained from the

Table I

Liquids	Observed $\alpha/f^2 \cdot 10^{17}$ c.g.s.	Temperature of the experi- ment in $^{\circ}\text{C}$	PINKERTON'S value of $\alpha/f^2 \cdot 10^{17}$ c.g.s.	RICHARDSON'S value of $\alpha/f^2 \cdot 10^{17}$ c.g.s.
C_6H_6	808	30	800	800
CS_2	5920	25	7400	5000
CCl_4	424	28	533	400

slopes are shown in Table I along with PINKERTON'S value [6] and that quoted by RICHARDSON [7].

If the linear relation between n and v is taken as suggested by SANDERS, the eq. (2) will be in the form

$$n_x = n_0 e^{-\alpha x}, \quad (2b)$$

and a plot of $\log_e n$ against x would give straight line. In Fig. 2 $\log_{10} n_x$ against x is also plotted for these three liquids. They are not straight lines except for the case of CCl_4 in which case, however, the slope of the $\log_{10} n-x$ line is obtained as 0.029, giving $\alpha/f^2 \times 10^{17} = 268$ c.g.s. which is much different from the expected value.

5. Remarks on Wyss' method

The relation between n and v is obtained with a specific condition that n is the observable spectral number when the last order has a constant threshold intensity for visibility. In WYSS' method of observation of spectra at different distances, the various intensities were estimated and this is not expected to conform to the above condition. Moreover the vessel used by him was too small to establish progressive sound waves. Thus the application of the $(n-v)$ relation to WYSS' observations for the determination of absorption coefficient is not very well adapted to the experimentally observed values.

Acknowledgment

The author is indebted to Professor A. K. DUTTA, D. Sc, F. N. I., for his help and guidance during the progress of the work.

(Received 5th August, 1956.)

References

- [1] RAMAN, C. V. and NATH, N. S., Proc. Ind. Acad. A 2 [1936], 406-412.
- [2] SANDERS, F. H., Canad. J. Res. 14 [1936], 158-170.
- [3] WYSS, R., Helv. Phys. Acta 7 [1934], 406-412.
- [4] SAMAL, K., PATNAIK, K. M. and DUTTA, A. K., Ind. J. Phys. 29 [1955], 548-557.
- [5] SAMAL, K., Sent for Publication.
- [6] PINKERTON, J. M. M., Proc. Phys. Soc. B 62 [1949], 129-150.
- [7] RICHARDSON, E. G., Ultrasonic physics. Elsevier Publ. Co. Amsterdam 1952, pp. 152-153.